FSC 5506 – Estrutura da Matéria I – CFM UFSC Prof. Lucio S. Farenzena

Lista 4 – Equação de Schrödinger

1. (a) Mostre que a função de onda $\Psi(x,t) = A \exp(kx-\omega t)$ não satisfaz a equação de Schrödinger dependente do tempo e (b) mostre que $\Psi(x,t) = A \exp i(kx-\omega t)$ satisfaz a equação de Schrödinger dependente do tempo.

2. Uma partícula de massa m e energia total zero encontra-se em uma região do espaço na qual sua função de onda é $\psi(x) = C \exp(-x^2/L^2)$. (a) Determine a energia potencial V da partícula em função de x; (b) faça um gráfico de $V(x)$ em função de x.

3. Uma partícula possui uma função de onda dada por $\psi(x) = A \exp(-x^2/2L^2)$ e uma energia dada por $\hbar/2mL^2$, onde L é um comprimento.(a) Determine a energia potencial em função de x e faça um gráfico de V em funçao de x. (b) Que tipo de potencial clássico tem esta forma? (c) Qual a energia cinética da partícula em função de x? (d) Mostre que x=L é o ponto de retorno clássico, (e) Compare V(x) encontrado no item a) com $V(x)=m\omega^2 x^2/2$, relativo a um oscilador harmônico simples e mostre que a energia total pode ser escrita como $E= \hbar\omega/2$.

4. Uma partícula encontra-se em um poço quadrado infinito de largura L. Calcule a energia do estado fundamental (a) se a partícula é um próton e L = 0,1 nm, o tamanho aproximado de uma molécula; (b) se a partícula é um próton e L = 1 fm, o tamanho aproximado de um núcleo.

5. Um partícula encontra-se no estado fundamental em um poço quadrado infinito. Determine a probabilidade de a partícula ser encontrada no intervalo Δx = 0,002 L em: (a) x = L/2; (b) x = 2 L/3; (c) x = L. (Como Δx é pequeno, não é necessário executar nenhuma integração.)

6. O comprimento de onda da luz emitida por um laser de rubi é 694,3 nm. Supondo que a emissão de um fóton deste comprimento de onda esteja associada à transição de um elétron do nível n = 2 para o nível n = 1 de um poço quadrado infinito, determine a largura L do poço.

7. Nos primórdios da física nuclear, antes que o nêutron fosse descoberto, acreditava-se que o núcleo fosse constituído por elétrons e prótons. Considerando o núcleo como um poço quadrado infinito com L = 10 fm e ignorando efeitos relativísticos, calcule a energia do estado fundamental (a) para um elétron e (b) para um próton no interior do núcleo. (c) Determine a diferença de energia entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado de cada partícula. (As diferenças entre os níveis de energia dos núcleos são da ordem de 1 MeV.)

8. Faça um gráfico (a) da função de onda e (b) da distribuição de probabilidade para o estado n = 4 do poço quadrado finito.

9. Para um poço quadrado finito de largura a = 10 nm, com seis níveis de energia permitidos, (a) faça um gráfico do poço de potencial; (b) faça um gráfico da função de onda do estado com n = 3 entre x = -2a e x = +2a; (c) faça um gráfico da densidade de probabilidade para o mesmo intervalo do item (b).

10. Calcule $\sigma_x = [\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2]^{1/2}$, $\sigma_p = [\langle p^2\rangle - \langle p\rangle^2]^{1/2}$ e $\sigma_x\sigma_p$ para a função de onda do estado fundamental do poço quadrado infinito.

11. Para o primeiro estado excitado (n = 1) do oscilador harmônico, determine: (a) C_1; (b) $\langle x \rangle$; (c) $\langle x^2 \rangle$; (d) $\langle p \rangle$; (e) $\langle p^2 \rangle$; (f) $\langle E_{pot} \rangle$; (g) $\langle E_{cin} \rangle$; (h) $\langle E_{tot} \rangle$ e (i) a relação de incerteza de Heisenberg.

$$\psi_1(x) = C_1 \cdot \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \cdot x \cdot \exp(-m\omega x^2 / 2\hbar)$$

Use o resultado das integrais: $I_n = \int_0^\infty x^n \exp(-\lambda x^2)\, dx$

n	I_n	
0	$(1/2)\pi^{1/2}\lambda^{-1/2}$	A integral de menos infinito a mais infinito é:
1	$(1/2)\,\lambda^{-1}$	2 I_n para n par
2	$(1/4)\pi^{1/2}\lambda^{-3/2}$	0 para n ímpar
3	$(1/2)\,\lambda^{-2}$	
4	$(3/8)\pi^{1/2}\lambda^{-5/2}$	
5	λ^{-3}	

12. Considere uma partícula com energia E_n em um poço quadrado infinito. (a)Calcule $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p \rangle$ e $\langle p^2 \rangle$ e (b) com a ajuda destes cálculos investigue a relação de incerteza para x e p em função de n.

13. Um elétron no interior de um poço quadrado infinito de largura $L = 10^{-12}$ m está se movendo com velocidade relativística; isso significa que seu momento *não é dado* por $p = (2mE)^{1/2}$. (a) Use o princípio de indeterminação para confirmar que a velocidade é relativística. (b) Encontre uma expressão para os níveis permitidos de energia do elétron. (c) Calcule o valor de E_1. (d) Qual é o valor não-relativístico de E_1?