Lista de Exercícios – cap. 4 –

1) Consideremos a transformação, linear $T: IR^2 \rightarrow IR^2$ definida por $T(x,y) = (3x-2y, x+4y)$. Utilizar os vetores $u = (1,2)$ e $v = (3,-1)$ para mostrar que $T(3u+4v) = 3T(u) + 4T(v)$.

2) Dada a transformação linear $T: V \rightarrow W$, tal que $T(u) = 3u$ e $T(v) = u - v$, calcular em função de u e v:

a) $T(u+v)$
b) $T(3v)$
c)$T(4u-5v)$

3) Dentre as transformações$T: IR^2 \rightarrow IR^2$ definidas pelas seguintes leis, verificar quais são lineares:

a) $T(x,y) = (x-3y, 2x+5y)$
b) $T(x,y) = (y,x)$
c)$T(x,y) = (x^2, y^2)$
d) $T(x,y) = (x+1, y)$
e) $T(x,y) = (y-x, 0)$
f) $T(x,y) = (|x|, 2y)$
g) $T(x,y) = (senx, y)$
h) $T(x,y) = (xy, x-y)$
i) $T(x,y) = (3y, -2x)$

4) Seja $V = IR^2$. Fazer um gráfico de um vetor genérico $v = (x,y)$ do domínio e de sua imagem $T(v)$ sob a transformação linear $T: IR^2 \rightarrow IR^2$ dada por:

a) $T(x,y) = (2x, 0)$
b) $T(x,y) = (2x, y)$
c) $T(x,y) = (-2x, 2y)$
d) $T(x,y) = (3x, -2y)$
e) $T(x,y) = -2(x,y)$
f) $T(x,y) = (x, -y)$

5) Dentre as seguintes funções, verificar quais são lineares:

a) $T: IR^2 \rightarrow IR^3$; $T(x,y) = (x-y, 3x, -2y)$
b) $T: IR^3 \rightarrow IR^3$; $T(x,y,z) = (x+y, x-y, 0)$
c)$T: R^2 \rightarrow IR^2$; $T(x,y) = (x^2+y^2, x)$
d) $T: IR \rightarrow IR^2, T(x) = (x, 2)$
e) $T: IR^3 \rightarrow IR, T(x,y,z) = -3x + 2y - z$
f) $T: IR^2 \rightarrow IR^2, T(x,y) = (|x|, y)$
g) $T: IR^2 \rightarrow IR, T(x,y) = x$
h) $T: IR^2 \rightarrow IR, T(x,y) = xy$
i) $T: IR^2 \rightarrow IR4\ , T(x,y) = (y, x, y, x)$

j) $T: IR^2 \rightarrow M(2,2), T(x,y) = \begin{pmatrix} 2y & 3x \\ -y & x+2y \end{pmatrix}$

k) $T: M(2,2) \rightarrow IR^2, T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a-c, b+c)$

l) $T: M(2,2) \rightarrow IR, T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = det\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

m) $T: IR^3 \rightarrow IR^2$

$$(x,y,z) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

6) Seja a aplicação $T: IR^2 \rightarrow IR^3$

$$(x,y) \rightarrow (x+ky, x+k, y)$$

Verificar em que caso(s) T é linear:

a) $K = x$
b) $K = 1$
c) $K = 0$

7) a) Determinar a transformação linear $T: IR^2 \rightarrow IR^3$ tal que $T(-1,1) = (3,2,1)$ e $T(0,1) = (1,1,0)$.
b) Encontrar $v \in IR^2$ tal que $T(v) = (-2,1,-3)$.

8) a)Determinar a transformação linear $T: IR^3 \rightarrow IR^2$ tal que $T(1,-1,0) = (1,1)$,$T(0,1,1) = (2,2)$ e $T(0,0,1) = (3,3)$.
b) achar $T(1,0,0)$ e $T(0,1,0)$.

9) Seja $T: IR^3 \rightarrow IR^2$ uma transformação linear definida por $T(1,1,1) = (1,2)$, $T(1,1,0) = (2,3)$ e $T(1,0,0) = (3,4)$.

a) Determinar $T(x,y,z)$
b) Determinar $v \in IR^3$ tal que $T(v) = (-3,-2)$
c) Determinar $v \in IR^3$ tal que $T(v) = (0,0)$.

10) Seja T o operador linear no IR^3 tal que $T(1,0,0) = (0,2,0)$, $T(0,1,0) = (0,0,-2)$ e $T(0,0,1) = (-1,0,3)$. Determinar $T(x,y,z)$ e o vetor $v \in IR^3$ tal que $T(v) = (5,4,-9)$.

11) Determinar a transformação linear $T: P_2 \rightarrow P_2$ tal que $T(1) = x$, $T(x) = 1 - x^2$ e $T(x^2) = x + 2x^2$.

12) Sejao operador linear
$T: IR^2 \rightarrow IR^2, T(x,y) = (2x+y, 4x+2y)$.

Quais dos seguintes vetores pertencem a $N(T)$?
a) $(1,-2)$ b) $(2,-3)$ c) $(-3,6)$

13) Para o mesmo operador linear do exercício anterior, verificar quais dos vetores pertencem a $Im(T)$.

a) $(2,4)$b) $(\frac{-1}{2},-1)$ c) $(-1,3)$.

Nos problemas 14 a 21 são apresentadas transformações lineares. Para cada uma delas:

a) Determinar o núcleo, uma base para esse subespaço e sua dimensão. T é injetora? Justificar.

b) Determinar a imagem, uma base para esse subespaço e sua dimensão. T é sobrejetora? Justificar.

14) $T: IR^2 \rightarrow IR^2, T(x,y) = (3x-y,-3x+y)$

15) $T: IR^2 \rightarrow IR^3, T(x,y) = (x+y,x,2y)$

16) $T: IR^2 \rightarrow IR^2, T(x,y) = (x-2y,x+y)$

17) $T: IR^3 \rightarrow IR^2, T(x,y,z) = (x+2y-z,2x-y+z)$

18) $T: IR^3 \rightarrow IR^3, T(x,y,z) = (x-y-2z,-x+2y+z,x-3z)$

19) $T: IR^3 \rightarrow IR^3, T(x,y,z) = (x-3y,x-z,z-x)$

20) $T: P_1 \rightarrow IR^3, T(at+b) = (a,2a,a-b)$

21) $T: M(2,2) \rightarrow IR^2, T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a-b,\ a+b)$

22) Seja a transformação linear $T: IR^2 \rightarrow IR^3$ tal que $T(-2,3) = (-1,0,1)$ e $T(1,-2) = (0,-1,0)$.

a) Determinar $T(x,y)$.

b) Determinar $N(T)$ e $Im(T)$

c) T é injetora? E sobrejetora?

23) Seja $T: IR^4 \rightarrow IR^3$a transformação linear tal que $T(e_1) = (1,-2,1)$, $T(e_2) = (-1,0,-1)$, $T(e_3) = (0,-1,2)$ e $T(e_4) = (1,-3,1)$, sendo $\{e_1,e_2,e_3,e_4\}$ a base canônica do IR^4.

a) Determinar o núcleo e a imagem de T.

b) Determinar bases para o núcleo e para a imagem.

c) Verificar o Teorema da Dimensão.

24)Encontrar um operador linear $T: IR^3 \rightarrow IR^3$ cujo núcleo é gerado por $(1,2,-1)$ e $(1,-1,0)$.

25) Encontrar uma transformação linear $T: IR^3 \rightarrow IR^2$ tal que$N(T) = [(1,0,-1)]$.

26) Encontrar uma transformação linear $T: IR^3 \rightarrow IR^4$ cuja imagem é gerada por $(1,3,-1,2)$ e $(2,0,1,-1)$.

27) Consideremos a transformação linear $T: IR^3 \rightarrow IR^2$ definida por $T(x,y,z) = (2x+y-z, x+2y)$ e as bases $A = \{(1,0,0),(2,-1,0),(0,1,1)\}$ do IR^3 e $B = \{(-1,1),(0,1)\}$ do IR^2. Determinar a matriz $[T]_B^A$.

28) Seja a transformação linear $T: IR^2 \rightarrow IR^3$, $T(x,y) = (2x-y, x+3y, -2y)$ e as bases $A = \{(-1,1),(2,1)\}$ e $B = \{(0,0,1),(0,1,-1),(1,1,0)\}$. Determinar $[T]_B^A$. Qual a matriz $[T]_C^A$., onde C é a base canônica do IR^3?

29)Sabendo que a matriz de uma transformação linear $T: IR^2 \rightarrow IR^3$ nas bases $A = \{(-1,1),(1,0)\}$ do IR^2 e $B = \{(1,1,-1),(2,1,0),(3,0,1)\}$ e do IR^3 é:

$$[T]_B^A. = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

encontrar a expressão de $T(x,y)$e a matriz $[T]$.

30) Seja

$$[T] = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

A matriz canônica de uma transformação linear $T: IR^2 \rightarrow IR^3$. Se $T(v) = (2,4,-2)$, calcular v.

31) Seja $T: IR^2 \rightarrow IR^3$ uma transformação linear com matriz:

$$[T]_{B'}^B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

para$B = \{e_1, e_2\}$, base canônica do IR^2, e $B' = \{(1,0,1), (-2,0,1), (0,1,0)\}$, base do IR^3. Qual a imagem do vetor $(2,-3)$ pela T?

32) Seja $T: IR^3 \rightarrow IR^2$ tal que

$$[T]_{B_2}^{B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Sendo $B_1 = \{(0,1,1),(1,0,0),(1,0,1)\}$ e $B_2 = \{(-1,0),(0,-1)\}$ bases do IR^3 e do IR^2, respectivamente.

a) Encontrar a expressão de $T(x,y,z)$.
b) Determinar $Im(T)$ e uma base para esse subespaço.
c) Determinar $N(T)$ e uma base para esse subespaço.
d) T é injetora? T é sobrejetora? Justificar.

33) Consideremos o operador linear

$$T: IR^2 \rightarrow IR^2$$

$$(x, y) \rightarrow (x + 2y, x - y)$$

E as bases $A = \{(-1,1), (1,0)\}$, $B = \{(2,-1), (-1,1)\}$ e C canônica.

Determinar $[T]_A, [T]_B, [T]_C$.

34) A matriz de $T: IR^2 \rightarrow IR^2$ relativa à base $B = \{v_1, v_2\}$, sendo $v_1 = (1,1)$ e $v_2 = (3,2)$, é:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

a) Determinar $T(v_1)_B$ e $T(v_2)_B$.
b) Determinar $T(v_1)$ e $T(v_2)$
c) Calcular $T(x, y)$.

35) Mostrar que a matriz do operador linear identidade

$$I: IR^n \rightarrow IR^n$$

$$v \rightarrow v$$

em uma base qualquer, é a matriz identidade $n\, x\, n$.

36) Seja $T: IR^2 \rightarrow IR^2$ definida por:

$$[T] = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Determinar os vetores u, v e w tais que:
a) $T(u) = u$.
b) $T(v) = 2v$.
c) $T(w) = (4,4)$.

37) Seja T o operador linear dado pela matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Calcular $N(T)$ e $dim\, N(T)$.

b) Calcular $Im(T)$ e $dim\, Im(T)$.

38) Seja o espaço vetorial $V = M(2,2)$ e a transformação linear $T: V \rightarrow IR^3$,

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + b, c - d, 2a)$$

a) Mostrar que T é linear.

b) Determinar $[T]_B^A$sendo A e B as bases canônicas de $M(2,2)$ e IR^3 respectivamente.
c) Calcular $v \in V$ tal que $T(v) = (3,-2,4)$.
d) Determinar $N(T)$.

39) Sejam $F: IR^2 \rightarrow M(2,2)$ uma transformação linear e α e β as bases canônicas de IR^2 e $M(2,2)$, respectivamente. Sabendo que:

$$[F]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad ,$$

Determinar:

a) $F(1,0)$
b) $F(0,1)$
c) $F(2,3)$
d) $F(x,y)$
e) (a,b)tal que:

$$F(a,b) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

40) Sejam as transformações lineares
$T_1: IR^2 \rightarrow IR^3, T1(x,y) = (x-y, 2x+y, -2x)$ e
$T_2: IR^2 \rightarrow IR^3, T2(x,y) = (2x-y, x-3y, y)$.
Determinar as seguintes transformações lineares de IR^2 em IR^3:

a) $T_1 - T_2$

b) $3T_1 - 2T_2$

41) Consideremos as transformações lineares S e T de IR^3 em IR^2 definidas por $S(x,y,z) = (2x-y, 3x-2y+z)$ e $T(x,y,z) = (x+y-z, y-2z)$.

a) Determinar o núcleo da transformação linear $S+T$.

b) Encontrar a matriz canônica de $3S-4T$.

42) Sejam S e T operadores lineares de IR^2 definidos por $S(x,y) = (x-2y, y)$ e $T(x,y) = (2x, -y)$. Determinar:

a) $S+T$ d) $S \, o \, T$

b) $T-S$ e) $T \, o \, S$

c) $2S+4T$ f) $S \, o \, S$

43) Seja a transformação linear:

$S: IR^3 \rightarrow IR^4$, $S(x,y,z) = (x+y, z, x-y, y+z)$

a) Calcular $(S\ o\ T)(x, y)$ se

$$T: IR^2 \rightarrow IR^3$$
$$(x, y) \rightarrow (2x + y, x - y, x - 3y)$$

b) Determinar a matriz canônica de $S\ o\ T$ e mostrar que ela é produto da matriz canônica de S pela matriz canônica de T.

44) As transformações $S: IR^2 \rightarrow IR^3$ e $T: IR^3 \rightarrow IR^2$ são tais que $S(x, y) = (y, x - y, 2x + 2y)$ e $T(x, y, z) = (x, y)$.

a) Sendo $B = \{(1,0,-1), (1,1,1), (1,0,0)\}$ uma base do IR^3, determinar a matriz $[S\ o\ T]_B$.

b) Determinar $[T\ o\ S]_{B'}$ e $[T\ o\ S]_{B''}$, sendo $B' = \{(1,1), (0,-1)\}$ e B'' a base canônica.

45) Sendo S e T operadores lineares do IR^3 definidos por $S(x, y, z) = (x, 2y, x - y)$ e $T(x, y, z) = (x - z, y, z)$, determinar:

a) $[S\ o\ T]$

b) $[T\ o\ S]$

46) Os pontos $A(2, -1)$ e $B(-1,4)$ são vértices consecutivos de um quadrado. Calcular os outros dois vértices, utilizando a matriz-rotação.

47) Os pontos $A(-1, -1)$, $B(4,1)$ e $C(a, b)$ são vértices de um triângulo retângulo isósceles, reto em A. Determinar o vértice C fazendo uso da matriz-rotação.

48) Em um triângulo ABC, os ângulos B e C medem 75° cada. Sendo $A(1,1)$ e $B(-1,5)$, determinar o vértice C.

49) Determinar, em cada caso, a matriz da transformação linear de IR^2 em IR^2 que representa a seqüência de transformação dadas:

a) Reflexão em torno do eixo dos y, seguida de um cisalhamento de fator 5 na direção horizontal.

b) Rotação de 30º no sentido horário, seguida de uma duplicação dos módulos e inversão dos sentidos.

c) Rotação de 60º, seguida de uma reflexão em relação ao eixo dos y.

d) Rotação de um ângulo θ, seguida de uma reflexão na origem.

e) Reflexão em torno da reta $y = -x$, seguida de uma dilatação de fator 2 na direção Ox e, finalmente, um cisalhamento de fator 3 na direção vertical.

50) O vetor $v = (3,2)$ experimenta seqüencialmente:

1) Uma reflexão em torno da reta $y = x$;

2) Um cisalhamento horizontal de fator 2;

3) Uma contração na direção Ou de fator $\frac{1}{3}$;

4) Uma rotação de 90º no sentido anti-horário.

a) Calcular o vetor resultante dessa seqüência de operações.

b) Encontrar a expressão da transformação linear $T: IR^2 \rightarrow IR^2$ que representa a composta das quatro operações.

c) Determinar a matriz canônica da composta das operações.

51) Determinar o ângulo ɑ formado pelos vetores v e $T(v)$ quando o espaço gira em torno do eixo dos z de um ângulo θ, nos seguintes casos:

a) $v = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ e θ= 180º

b) $v = (\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ e θ=180º

c) $v = (\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ e θ=60º

Respostas de Problemas Propostos

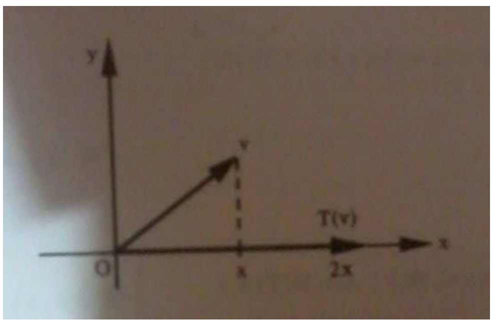
2. a) 4u – v

b) 3u – 3v

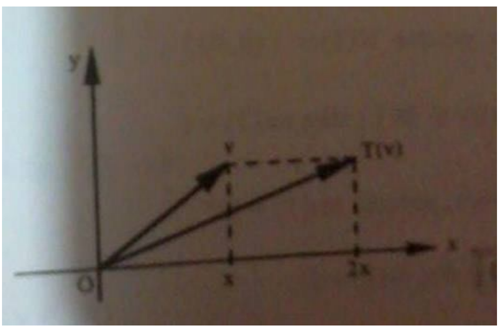
c) 7u + 5v

3. São lineares: a), b), e), i)

4.a)



b)



As outras ficam a cargo do leitor.

5. São lineares: a), b), e), g), i), j), k), m).

6. c) é linear

7. a) $T(x,y) = (-2x + y, -x + y, -x)$

b) $v = (3,4)$

8. a) $T(x,y,z) = (-y + 3z, -y + 3z)$

b) $T(1,0,0) = (0,0)$ e $T(0,1,0) = (-1,-1)$

9. a) $T(x,y,z) = (3x-y-z, 4x-y-z)$

b) $v = (1, 6-z, z)$

c) $v = (0, -z, z)$

10. $T(x, y, z) = (-z, 2x, -2y + 3z)$

$v = (2, -3, -5)$

11. $T(a + bx + cx^2) = b + (a + c)x + (-b + 2c)x^2$

12. a), c)

13. a), b)

14. a) $N(T) = \{(x,3x)/x \in IR\}$; $\dim N(T) = 1$

T não é injetora, porque $N(T) \neq \{(0,0)\}$.

c) $Im(T) = \{(-y,y)/y \in IR\}$; $\dim Im(T) = 1$

T não é sobrejetora, porque $Im(T) \neq IR^2$.

15. a) $N(T) = \{(0,0)\}$; $\dim N(T) = 0$

T é injetora, porque $N(T) = \{0\}$

b) $Im(T) = \{(x,y,z) \in IR/ 2x -2y -z =0\}$

$\dim Im(T) = 2$. T não é sobrejetora, porque $Im(T) \neq IR^3$.

16. a) $N(T) = \{(0,0)\}$; $\dim N(T) = 0$

T é injetora.

b) $Im(T) = IR^2$; $\dim Im(T) = 2$; T é sobrejetora.

17. a) $N(T) = \{(x, -3x, -5x)/x \in IR\}$

b) $Im(T) = IR^2$

18. a) N(T) = {(3z,z,z)/z € IR}

b) Im(T) = {(x, y, z) € IR^3/ 2x + y – z = 0}

19. a) N(T) = {(3x, x, 3x)/x € IR}

b) Im(T) = {(x, y, z) € IR^3/ y = -z}

20. a) N(T) = {0}

b) Im(T) = {(a, 2a, c) /a, c € IR}

21. a) $\{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c & d \end{bmatrix} / \, c, \; d \in IR\}$

b) Im(T) = IR^2

22. a) T(x,y) = (2x + y, 3x + 2y, -2x –y)

b) N(T) = {(0,0)}

Im(T) = {(x,y,-x)/x, y € IR}

d) T é injetora, mas não sobrejetora.

23. a) N(T) = {(3y, y, 0, -2y)/y € IR}

Im(T) = IR^3

b) e c) a cargo do leitor.

24. Um deles é T(x, y, z)= (0, 0, x+y+3z).

25. Uma delas é T(x, y, z) = (x + z, y).

26. Uma delas é T(x, y, z) = (x + 2y, 3x, -x +y, 2x - y).

27. $\begin{bmatrix} -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

28. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 2 & 5 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$

29. T(x, y) = (8x + 18y, 6x + 11y, -2x -4y)

$[T] = \begin{bmatrix} 8 & 18 \\ 6 & 11 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

30. v = (2, 0)

31. (11, -13, 2)

32. a) T(x, y, z) = (-2y + z, -x + y)

b) Im(T) = IR²; (base a cargo do leitor)

c) N(T) = {(x, x, 2x)/x € IR}; (base a cargo do leitor)

d) T não é injetora. T é sobrejetora.

33. $[T]a = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $[T]b = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$ e $[T]c = [T] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

34. a) $T(v^1)b = (2, -1)$, $T(v^2)b = (1, -3)$

b) $T(v^1) = (-1, 0)$, $T(v^2) = (-8, -5)$

c) T(x, y) = (-6x + 5y, -5x + 5y)

36.a) (0,0)

b) y(3,1)

c) (1,1)

37. a) N(T) = {z(2, -3, -4)/z € IR}, dim N(T) = 1

b) Im(T) = {(x, y, z) € IR³/x − y + z = 0}, dimIm(T) = 2

38. b) $[T]_B^A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

c) $v = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ d-2 & d \end{bmatrix}; d \in IR$

d) $N(T) = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ d & d \end{bmatrix}; d \in IR \right\}$

39. a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} x & 2x+y \\ 3x-2y & -x+2y \end{bmatrix}$

e) não existe (a, b).

40. a) $T^1(x, y) = (-x, x + 4y, -2x - y)$

b) $T^2(x, y) = (-x - y, 4x + 9y, -6x - 2y)$

41. a) {(x, 0, 3x)/x € IR}

b) $\begin{bmatrix} 2 & -7 & 4 \\ 9 & -10 & 11 \end{bmatrix}$

42. a) (S + T)(x,y) = (3x – 2y, 0)

b) (T – S)(x, y) = (x + 2y, -2y)

c) (2S + 4T)(x, y) = (10x – 4y, -2y)

d) (S º T)(x, y) = (2x + 2y, -y)

e) (T º S)(x, y) = (2x – 4y, -y)

f) (S º S)(x, y) = (x – 4y, y)

43. a)(S º T)(x, y) = (3x, x – 3y, x + 2y, 2x – 4y)

b) a cargo do leitor

44. a) $\begin{bmatrix} -1 & -4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

45. a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

46. Duas soluções: (4,7) e (7,2) ou (-6,1) e (-3, -4)

47. C(-3,4) ou C(1,-6)

48. C(-1-$\sqrt{3}$, 2$\sqrt{3}$) ou C(3 - $\sqrt{3}$, 2 + 2$\sqrt{3}$)

49. a) $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} -\sqrt{3} & -1 \\ 1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -cos\theta & sen\theta \\ -sen\theta & -cos\theta \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$

50. a) (-1,8)

b) $T(x,y) = (-\frac{1}{3}x, 2x + y)$

c) $[T] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

51. a) $\alpha = 90º$

b) $\alpha = 90º$

c) $\alpha \cong 41º24'$