

Compressão Paralela às Fibras

Critério de dimensionamento depende do índice de esbeltez (λ):

$$\lambda_{x \text{ ou } y} = \frac{L_{0x \text{ ou } y}}{i_{x \text{ ou } y}}$$

$i_{x \text{ ou } y}$ é o raio de giração em relação aos eixos principais da seção transversal do elemento estrutural

L_0 o comprimento de flambagem do elemento em relação ao eixo x ou y

$L_0 = 2L$, no caso de uma extremidade do elemento engastada e outra

livre

$L_0 = L$, nos demais casos

Estado Limite Último de Estabilidade para peças comprimidas:

- ✓ Peças Curtas ($\lambda \leq 40$)
- ✓ Peças Medianamente Esbeltas ou Semiesbeltas ($40 < \lambda \leq 80$)
- ✓ Peças Esbeltas ($80 < \lambda \leq 140$)

Peças Curtas ($\lambda \leq 40$)

São os elementos cujo índice de esbeltez (λ) é igual ou inferior a 40. A condição de segurança da NBR 7190/97 é expressa por:

$$\sigma_{c0,d} = \frac{N_d}{A_w} \leq f_{c0,d}$$

$\sigma_{c0,d}$ é a tensão de compressão atuante com seu valor de cálculo,

$f_{c0,d}$ é a resistência de cálculo de compressão paralela às fibras.

Peças Medianamente Esbeltas ou Semiesbeltas ($40 < \lambda \leq 80$)

O estado limite último de estabilidade deve ser verificado no ponto mais comprimido da seção transversal pela condição:

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1$$

$\sigma_{N,d} = \frac{N_d}{A_w}$ é o valor de cálculo da tensão de compressão devida à força normal de compressão N_d e

$\sigma_{Md} = \frac{M_d}{W}$ é o valor de cálculo da tensão de compressão devida ao momento fletor M_d calculado pela excentricidade e_d prescrita pela norma.

O critério da NBR 7190/97 considera possíveis excentricidades na estrutura não previstas no projeto. A verificação deve ser feita isoladamente nos planos de rigidez **mínima** e de rigidez **máxima** do elemento estrutural.

O critério para cálculo da excentricidade e_d é:

$$e_d = e_l \left(\frac{N_E}{N_E - N_d} \right)$$

$e_1 = e_i + e_a$ e_1 é a excentricidade de primeira ordem

com:

$e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} \geq h/30$, sendo e_i decorrente dos valores de cálculo.

e_i (excentricidade inicial de M_{1d} e N_d na situação de projeto) $\geq h/30$, sendo h a altura da seção transversal perpendicular ao plano de verificação.
Exceção: e_i mínima é dispensada no caso de barras de treliça, que podem ter $e_i = 0$.

e_a (excentricidade acidental) : $e_a = \frac{L_0}{300} \geq h/30$

A carga crítica N_E é expressa por
$$N_E = \frac{\pi^2 E_{c0,ef} I}{L_0^2}$$

onde I é o momento de inércia da seção transversal da peça relativo ao plano de flexão em que se está verificando a condição de segurança, e $E_{c0,ef}$ é o módulo de elasticidade efetivo, conforme definido por norma.

Peças Esbeltas ($80 < \lambda \leq 140$)

Segundo item 7.5.5 da NBR7190:1997, para peças comprimidas $\lambda \leq 140$

Estado limite último de estabilidade:
$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1$$

com
$$M_d = N_d \cdot e_{l,ef} \left(\frac{N_E}{N_E - N_d} \right)$$

N_E calculado da mesma forma que para as peças medianamente esbeltas

excentricidade efetiva $e_{l,ef} = e_1 + e_c = e_i + e_a + e_c$

onde:

$e_i \geq h/30$, sendo e_i excentricidade de 1ª ordem decorrente da situação de projeto; *exceção: e_i mínima é dispensada no caso de barras de treliça, que podem ter $e_i = 0$.*

e_a = excentricidade accidental $e_a = \frac{L_0}{300} \geq h/30$;

e_c = excentricidade suplementar de 1ª ordem que representa a fluência da madeira.

Cálculo das excentricidades:

$$e_i = \frac{M_{1,d}}{N_d} = \frac{M_{1g,d} + M_{1q,d}}{N_d}$$

$M_{1g,d}$ é o valor de cálculo do momento fletor devido às ações permanentes

$M_{1q,d}$ é o valor de cálculo do momento fletor devido às ações variáveis

Excentricidade de fluência:

$$e_c = (e_{ig} + e_a) \{ \exp^c - 1 \}$$
 com \exp sendo a base do logaritmo natural ou neperiano, isto é, o número de Euler, que vale aproximadamente 2,718281828459045...

$$c = \left[\frac{\phi [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}]}{FE - [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}]} \right]$$

com $\psi_1 + \psi_2 \leq 1$;

onde N_{gk} e N_{qk} são os valores característicos da força normal devidos às cargas permanentes e variáveis, respectivamente;

ψ_1 e ψ_2 são fatores de combinação em estado limite de utilização (vide Tab. 14) e e_{ig} é calculado por:

$$e_{ig} = \frac{M_{1g,d}}{N_{gd}}$$

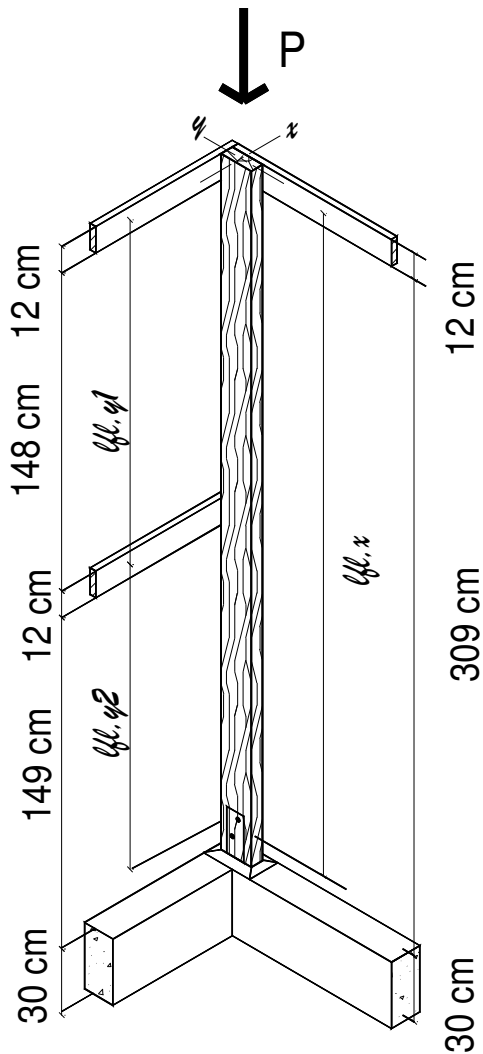
$M_{1g,d}$ é o valor de cálculo do momento fletor devido apenas às ações permanentes.

O coeficiente de fluência (ϕ) é dado pela NBR 7190:1997, Tab. 17 apostila:

Classes de carregamento	Classes de umidade	
	(1) e (2)	(3) e (4)
Permanente ou de longa duração	0,8	2,0
Média duração	0,3	1,0
Curta duração	0,1	0,5

EXEMPLO DE COMPRIMENTO DE FLAMBAGEM

Um pilar de madeira da espécie **Angelim Pedra**, seção **6 cm x 16 cm**, está fixado na base a 2 vigas de concreto, na meia altura a 1 peça de madeira de 6 cm x 12 cm e no topo a duas peças 6 cm x 12 cm, conforme figura. Os comprimentos de flambagem nesta situação são.

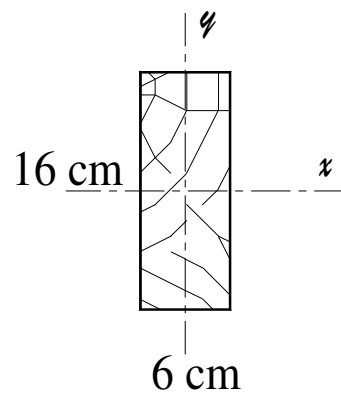


$$L_{o,x} = 309 \text{ cm}$$

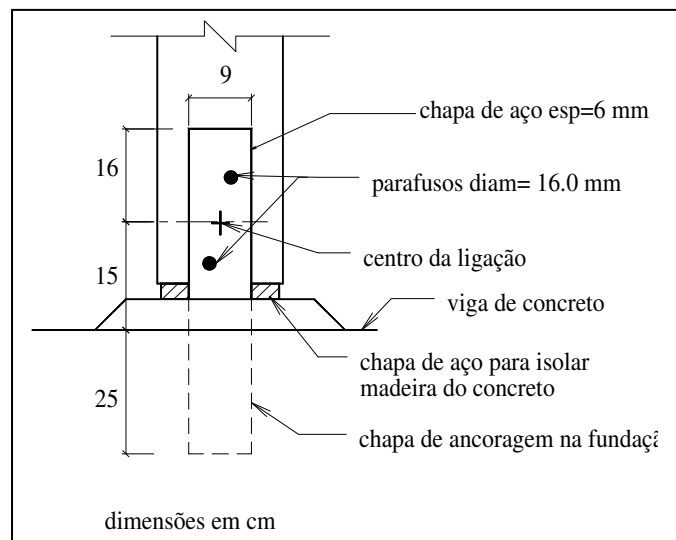
$$L_{o,y1} = 148 \text{ cm}$$

$$L_{o,y2} = 149 \text{ cm}$$

Seção Transversal



Detalhe da Ligação na base do pilar



Exemplo de verificação de barra esbelta retangular: (exemplo 9.2.1 apostila pag. 75)

Verificar se a barra do banzo da treliça construída em local de classe de umidade 1, $L_0 = 169$ cm, seção transversal 6 cm x 16 cm, é suficiente para resistir a uma solicitação de:

Carga permanente = -2.400 daN

Vento de pressão = -564 daN

Considerar: Madeira: Dicotiledônea – classe C 60

Propriedades geométricas:

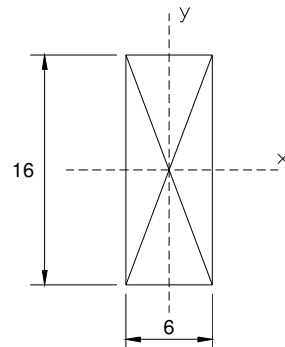
$$A = 96 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 2048 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 288 \text{ cm}^4$$

$$\lambda_x = 36,6 < 40 \rightarrow \text{Peça curta}$$

$$\lambda_y = 97,7 < 40 \text{ e } > 80 \rightarrow \\ \text{Peça esbelta}$$



Combinação das ações: Permanente + Vento = Comb.última normal

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{gi,k} + \gamma_Q \left(F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{oj} F_{Qj,k} \right)$$

Não existe ação variável secundária

Coeficientes:

$$\gamma_G = 1,4 \text{ (Ação permanente de grande variabilidade)}$$

$$\gamma_Q = 1,4 \text{ (Ação variável – normal)}$$

Ação variável de curta duração: redução = 0,75

$$F_d = 1,4 \times 2400 + 0,75 \times 1,4 \times 564 = 3952 \text{ daN}$$

Propriedades da madeira:

Cálculo de $f_{c0,d}$:

$$f_{c,0,d} = k_{\text{mod}} \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_w}$$

$$k_{\text{mod}} = k_{\text{mod},1} \cdot k_{\text{mod},2} \cdot k_{\text{mod},3}$$

$k_{\text{mod},1}$ = Função da ação variável principal e classe de carregamento (Tab. 5)

Vento: curta duração $\rightarrow k_{\text{mod},1} = 0,90$

$k_{\text{mod},2}$ = Função da classe de umidade e tipo de material (Tab. 6)

Classe de umidade 1; Madeira serrada $\rightarrow k_{\text{mod},2} = 1,0$

$k_{\text{mod},3}$ = Categoria da madeira (Tab.7)

Madeira de 2ª categoria $\rightarrow k_{\text{mod},3} = 0,8$

$$k_{\text{mod}} = 0,9 \times 1,0 \times 0,8 = 0,72$$

$\gamma_w \rightarrow$ Função do tipo de solicitação

Compressão (E.L.U.) $\rightarrow \gamma_{wc} = 1,4$

Madeira classe C 60 $\rightarrow f_{c0,k} = 600 \text{ daN/cm}^2$ (Tab. 3)

$$f_{c,0,d} = 0,72 \frac{600}{1,4} \Rightarrow f_{c,0,d} = 309 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Módulo de elasticidade efetivo classe C 60 $\rightarrow E_{c0,m} = 0,72 \cdot 24500 \text{ MPa}$ (Tab. 3)

$$E_{c0,ef} = 0,72 \cdot 24500 \text{ MPa} \Rightarrow E_{c0,ef} = 17640 \text{ MPa} = 176400 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Tensões normais atuantes na seção transversal:

Devidas à força normal:

$$\sigma_{Nd} = \frac{F_d}{A} = \frac{3952 \text{ daN}}{96 \text{ cm}^2} \Rightarrow \sigma_{Nd} = 41 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação do estado limite último em relação ao **eixo x**: peça curta

$$\sigma_{c0,d} = \frac{F_d}{A} = \frac{3952}{96} = 41 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \leq 309 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \rightarrow \text{OK, eixo x satisfaz o critério de estabilidade para peças comprimidas da NBR7190:1997.}$$

Verificação do estado limite último em relação ao **eixo y**: peça esbelta

$$\sigma_{Myd} = \frac{M_{yd}}{I_y} x \Rightarrow M_{yd} = N_d \cdot e_{1,ef} \left(\frac{F_E}{F_E - N_d} \right)$$

Tensões devidas ao momento fletor efeito das excentricidades que podem ocorrer na peça.

O valor da excentricidade para eixo y é:

$$e_{1,ef} = e_1 + e_c = e_i + e_a + e_c$$

$e_i = 0$, como é uma barra de treliça, a NBR7190:1997 não exige que seja satisfeito o valor mínimo de $e_i \geq h/30$.

$e_a = L_0/300 = 0,56 \text{ cm} \geq h/30 = 6 \text{ cm} /30 = 0,20 \text{ cm} \rightarrow \text{Ok}$, superior ao valor mínimo.

$$e_c = (e_{ig} + e_a)(e^c - 1)$$

$$c = \frac{\phi [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) \cdot N_{qk}]}{N_E - [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) \cdot N_{qk}]}$$

Carga crítica de Euler: $N_E = \frac{\pi^2 E_{c0,ef} I}{L_0^2}$ (Eq. 9.9), com $I_y = 288 \text{ cm}^4$

$$N_E = \frac{\pi^2 176400 \text{ daN/cm}^2 I_y}{169^2 \text{ cm}^2} \rightarrow N_E = 13654 \text{ daN (carga crítica de Euler)}$$

Coeficiente de fluência (ϕ) Tab. 17: carreg. curta duração, classe umidade 1 $\rightarrow \phi = 0,1$

Fatores de combinação (vide Tab. 14) para pressão dinâmica do vento: $\psi_1=0,2$ e $\psi_2 = 0$

$$c = \frac{0,1[2400 + (0,2+0) \cdot 564]}{13654 - [2400 + (0,2+0) \cdot 564]} = 0,0226$$

$$e_c = (e_{ig} + e_a)(e^c - 1) = (0 + 0,56)(e^{0,0226} - 1) = 0,013 \text{ cm}$$

$$e_{1,ef} = 0 + 0,56 + 0,0113 = 0,57 \text{ cm}$$

$$M_d = N_d \cdot e_{1,ef} \left(\frac{N_E}{N_E - N_d} \right) = 3952 \text{ daN} \cdot 0,57 \text{ cm} \cdot \left(\frac{13654 \text{ daN}}{13654 \text{ daN} - 3952 \text{ daN}} \right) = 3170 \text{ daN.cm}$$

$$\sigma_{Md} = \frac{M_d}{W_y} = \frac{3170 \text{ daN.cm}}{288 \text{ cm}^4} \cdot 3 \text{ cm} = 33,0 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação da estabilidade:

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1,0 \Rightarrow \frac{41}{309} + \frac{33}{309} = 0,24 < 1 \text{ OK}$$

Como os dois eixos x e y satisfazem as exigências da NBR7190 para Estado Limite Último de estabilidade de peças comprimidas paralelamente às fibras, a barra é considerada segura.

Verificação de estado limite de utilização para peças comprimidas: $\lambda \leq 140$

$$\lambda_x = 36,6 \lambda \leq 140 \rightarrow \text{OK}$$

$$\lambda_y = 97,7 \lambda \leq 140 \rightarrow \text{OK}$$

A barra satisfaz exigência de estado limite de utilização da NBR7190:1997.