

# Funções trigonométricas, parte 4

## Identidades trigonométricas

Giuliano Boava

# Preliminares

## Identities matemáticas

# Preliminares

Identities matemáticas

$$(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

# Preliminares

Identities matemáticas

$$(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$$

# Preliminares

## Identities matemáticas

$$(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$$

$$x^2 + 1 = (x + 1)^2$$

# Identidades trigonométricas básicas

# Identidades trigonométricas básicas

Lembremos que, para todo  $x$ , o par  $(\cos x, \sin x)$  é o ponto terminal de  $x$ . Como o ponto terminal está sobre o círculo trigonométrico, então

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1.$$

## Identidades trigonométricas básicas

Lembremos que, para todo  $x$ , o par  $(\cos x, \sin x)$  é o ponto terminal de  $x$ . Como o ponto terminal está sobre o círculo trigonométrico, então

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1.$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}; \quad \operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}; \quad \sec x = \frac{1}{\cos x}; \quad \operatorname{cossec} x = \frac{1}{\sin x}$$



## Identidades trigonométricas básicas

Lembremos que, para todo  $x$ , o par  $(\cos x, \sin x)$  é o ponto terminal de  $x$ . Como o ponto terminal está sobre o círculo trigonométrico, então

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1.$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}; \quad \operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}; \quad \sec x = \frac{1}{\cos x}; \quad \operatorname{cossec} x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec^2 x = 1 + \operatorname{tg}^2 x; \quad \operatorname{cossec}^2 x = 1 + \operatorname{cotg}^2 x$$

# Identidades trigonométricas básicas

## Exemplo

Sabendo que  $\cos x = 1/5$  e que  $x$  pertence ao 4<sup>o</sup> quadrante, determine o valor das outras cinco funções trigonométricas em  $x$ .

# Identidades trigonométricas básicas

## Exemplo

Sabendo que  $\cos x = 1/5$  e que  $x$  pertence ao 4º quadrante, determine o valor das outras cinco funções trigonométricas em  $x$ .

## Solução

$$\operatorname{sen} x = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\operatorname{tg} x = -2\sqrt{6}$$

$$\operatorname{cotg} x = -\frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$\operatorname{sec} x = 5$$

$$\operatorname{cossec} x = -\frac{5}{2\sqrt{6}}$$

# Identidades trigonométricas básicas

## Exercício

Sabendo que  $\operatorname{tg} x = -5/12$  e que  $x$  pertence ao 2º quadrante, determine o valor das outras cinco funções trigonométricas em  $x$ .

# Identidades trigonométricas básicas

## Exercício

Sabendo que  $\operatorname{tg} x = -5/12$  e que  $x$  pertence ao 2º quadrante, determine o valor das outras cinco funções trigonométricas em  $x$ .

## Solução

$$\sec x = -\frac{13}{12}$$

$$\cos x = -\frac{12}{13}$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{5}{13}$$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{13}{5}$$

$$\operatorname{cotg} x = -\frac{12}{5}$$

## Outras identidades trigonométricas

Muitas identidades trigonométricas podem ser deduzidas a partir das identidades básicas.

# Outras identidades trigonométricas

Muitas identidades trigonométricas podem ser deduzidas a partir das identidades básicas.

## Exemplo

Mostre que

$$(\cos x + \sen x)^2 = 1 + 2 \cos x \sen x.$$

# Outras identidades trigonométricas

Muitas identidades trigonométricas podem ser deduzidas a partir das identidades básicas.

## Exemplo

Mostre que

$$(\cos x + \sen x)^2 = 1 + 2 \cos x \sen x.$$

## Solução

$$(\cos x + \sen x)^2 =$$



# Outras identidades trigonométricas

Muitas identidades trigonométricas podem ser deduzidas a partir das identidades básicas.

## Exemplo

Mostre que

$$(\cos x + \sen x)^2 = 1 + 2 \cos x \sen x.$$

## Solução

$$(\cos x + \sen x)^2 = \cos^2 x + 2 \cos x \sen x + \sen^2 x =$$

# Outras identidades trigonométricas

Muitas identidades trigonométricas podem ser deduzidas a partir das identidades básicas.

## Exemplo

Mostre que

$$(\cos x + \sen x)^2 = 1 + 2 \cos x \sen x.$$

## Solução

$$(\cos x + \sen x)^2 = \cos^2 x + 2 \cos x \sen x + \sen^2 x = 1 + 2 \cos x \sen x.$$

# Outras identidades trigonométricas

## Exercício

Mostre que

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \sec x$$

# Outras identidades trigonométricas

## Exercício

Mostre que

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \sec x$$

## Solução

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x =$$

# Outras identidades trigonométricas

## Exercício

Mostre que

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \sec x$$

## Solução

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \cos x + \left( \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \right) \operatorname{sen} x =$$

# Outras identidades trigonométricas

## Exercício

Mostre que

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \sec x$$

## Solução

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \cos x + \left( \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \right) \operatorname{sen} x = \frac{\cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} =$$

# Outras identidades trigonométricas

## Exercício

Mostre que

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \sec x$$

## Solução

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \cos x + \left( \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \right) \operatorname{sen} x = \frac{\cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} =$$

# Outras identidades trigonométricas

## Exercício

Mostre que

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \sec x$$

## Solução

$$\cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x = \cos x + \left( \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \right) \operatorname{sen} x = \frac{\cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} = \sec x.$$



# Outras identidades trigonométricas

O que fazer quando queremos mostrar que uma certa igualdade não é uma identidade?

## Exemplo

Verifique se

$$\cos^3 x + \operatorname{sen}^3 x = 1$$

é uma identidade trigonométrica.

# Outras identidades trigonométricas

O que fazer quando queremos mostrar que uma certa igualdade não é uma identidade?

## Exemplo

Verifique se

$$\cos^3 x + \operatorname{sen}^3 x = 1$$

é uma identidade trigonométrica.

## Solução

Não, pois a igualdade não é verdadeira, por exemplo, para  $x = \pi$ .

# FIM