

# Inequações

Inequações de segundo grau

Giuliano Boava

# Preliminares

Na unidade 2, aprendemos a analisar o sinal de uma expressão de segundo grau na forma  $ax^2 + bx + c$ . Vimos que há 6 casos possíveis para se trabalhar e que esses casos estão classificados de acordo com o valor de  $a$  e de  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Vamos relembrar os 6 casos nos exemplos abaixo.

# Preliminares

Na unidade 2, aprendemos a analisar o sinal de uma expressão de segundo grau na forma  $ax^2 + bx + c$ . Vimos que há 6 casos possíveis para se trabalhar e que esses casos estão classificados de acordo com o valor de  $a$  e de  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Vamos relembrar os 6 casos nos exemplos abaixo.

**Exemplo (Caso 1.  $a > 0$  e  $\Delta > 0$ )**

Analise o sinal de expressão  $2x^2 - 12x + 10$ .

# Preliminares

Na unidade 2, aprendemos a analisar o sinal de uma expressão de segundo grau na forma  $ax^2 + bx + c$ . Vimos que há 6 casos possíveis para se trabalhar e que esses casos estão classificados de acordo com o valor de  $a$  e de  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Vamos relembrar os 6 casos nos exemplos abaixo.

## Exemplo (Caso 1. $a > 0$ e $\Delta > 0$ )

Analise o sinal de expressão  $2x^2 - 12x + 10$ .

## Solução

Note que  $a = 2 > 0$  e  $\Delta = 64 > 0$ .

# Preliminares

Na unidade 2, aprendemos a analisar o sinal de uma expressão de segundo grau na forma  $ax^2 + bx + c$ . Vimos que há 6 casos possíveis para se trabalhar e que esses casos estão classificados de acordo com o valor de  $a$  e de  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Vamos relembrar os 6 casos nos exemplos abaixo.

## Exemplo (Caso 1. $a > 0$ e $\Delta > 0$ )

Analise o sinal de expressão  $2x^2 - 12x + 10$ .

## Solução

Note que  $a = 2 > 0$  e  $\Delta = 64 > 0$ . Calculando as duas raízes, obtemos 1 e 5.

# Preliminares

Na unidade 2, aprendemos a analisar o sinal de uma expressão de segundo grau na forma  $ax^2 + bx + c$ . Vimos que há 6 casos possíveis para se trabalhar e que esses casos estão classificados de acordo com o valor de  $a$  e de  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Vamos relembrar os 6 casos nos exemplos abaixo.

## Exemplo (Caso 1. $a > 0$ e $\Delta > 0$ )

Analise o sinal de expressão  $2x^2 - 12x + 10$ .

## Solução

Note que  $a = 2 > 0$  e  $\Delta = 64 > 0$ . Calculando as duas raízes, obtemos 1 e 5. Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $2x^2 - 12x + 10 = 2(x - 1)(x - 5)$ .

# Preliminares

Na unidade 2, aprendemos a analisar o sinal de uma expressão de segundo grau na forma  $ax^2 + bx + c$ . Vimos que há 6 casos possíveis para se trabalhar e que esses casos estão classificados de acordo com o valor de  $a$  e de  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Vamos relembrar os 6 casos nos exemplos abaixo.

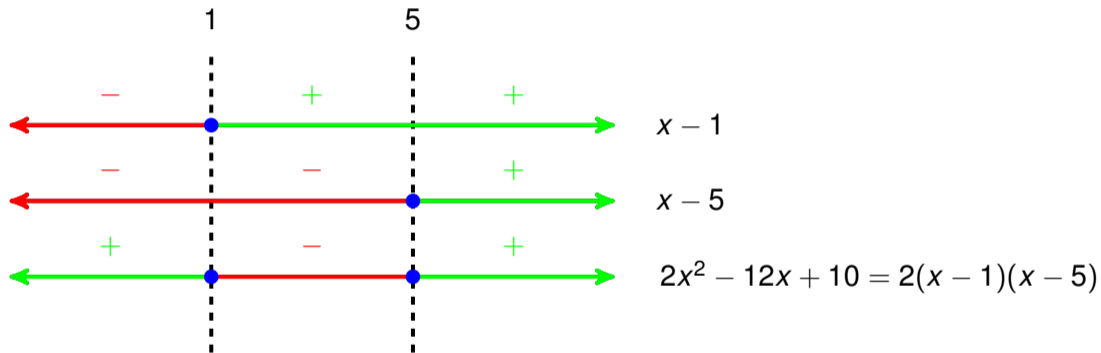
## Exemplo (Caso 1. $a > 0$ e $\Delta > 0$ )

Analise o sinal de expressão  $2x^2 - 12x + 10$ .

## Solução

Note que  $a = 2 > 0$  e  $\Delta = 64 > 0$ . Calculando as duas raízes, obtemos 1 e 5. Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $2x^2 - 12x + 10 = 2(x - 1)(x - 5)$ . Assim, podemos fazer a análise do sinal usando a ideia de produto já vista.

# Preliminares





# Preliminares

Exemplo (Caso 2.  $a < 0$  e  $\Delta > 0$ )

Análise o sinal de expressão  $-x^2 + 9$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 2.  $a < 0$  e  $\Delta > 0$ )

Análise o sinal de expressão  $-x^2 + 9$ .

Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = 36 > 0$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 2.  $a < 0$  e  $\Delta > 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 9$ .

Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = 36 > 0$ . Calculando as duas raízes, obtemos  $-3$  e  $3$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 2.  $a < 0$  e  $\Delta > 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 9$ .

Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = 36 > 0$ . Calculando as duas raízes, obtemos  $-3$  e  $3$ .  
Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $-x^2 + 9 = -(x + 3)(x - 3)$ .

# Preliminares

## Exemplo (Caso 2. $a < 0$ e $\Delta > 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 9$ .

## Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = 36 > 0$ . Calculando as duas raízes, obtemos  $-3$  e  $3$ . Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $-x^2 + 9 = -(x + 3)(x - 3)$ . Assim, podemos fazer a análise do sinal usando a ideia de produto já vista.

# Preliminares

## Exemplo (Caso 2. $a < 0$ e $\Delta > 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 9$ .

### Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = 36 > 0$ . Calculando as duas raízes, obtemos  $-3$  e  $3$ . Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $-x^2 + 9 = -(x + 3)(x - 3)$ . Assim, podemos fazer a análise do sinal usando a ideia de produto já vista. O restante fica de exercício!

# Preliminares

Exemplo (Caso 3.  $a > 0$  e  $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 4x + 4$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 3.  $a > 0$  e  $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 4x + 4$ .

Solução

Note que  $a = 1 > 0$  e  $\Delta = 0$ .



# Preliminares

Exemplo (Caso 3.  $a > 0$  e  $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 4x + 4$ .

Solução

Note que  $a = 1 > 0$  e  $\Delta = 0$ . Neste caso, a única raiz é 2.

# Preliminares

Exemplo (Caso 3.  $a > 0$  e  $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 4x + 4$ .

Solução

Note que  $a = 1 > 0$  e  $\Delta = 0$ . Neste caso, a única raiz é 2. Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 3.  $a > 0$  e  $\Delta = 0$ )

Análise o sinal de expressão  $x^2 - 4x + 4$ .

## Solução

Note que  $a = 1 > 0$  e  $\Delta = 0$ . Neste caso, a única raiz é 2. Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ . Assim, podemos fazer a análise do sinal usando as técnicas da seção anterior.

# Preliminares

Exemplo (Caso 3.  $a > 0$  e  $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 4x + 4$ .

## Solução

Note que  $a = 1 > 0$  e  $\Delta = 0$ . Neste caso, a única raiz é 2. Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ . Assim, podemos fazer a análise do sinal usando as técnicas da seção anterior. Como já vimos, a análise fica



# Preliminares

Exemplo (Caso 4.  $a < 0$  e  $\Delta = 0$ )

Análise o sinal de expressão  $-x^2 + 6x - 9$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 4.  $a < 0$  e  $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 6x - 9$ .

Solução

Note que  $a = -1 > 0$  e  $\Delta = 0$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 4.  $a < 0$  e  $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 6x - 9$ .

Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = 0$ . Neste caso, a única raiz é 3.

# Preliminares

Exemplo (Caso 4.  $a < 0$  e  $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 6x - 9$ .

Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = 0$ . Neste caso, a única raiz é 3. Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $-x^2 + 6x - 9 = -(x - 3)^2$ .



# Preliminares

## Exemplo (Caso 4. $a < 0$ e $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 6x - 9$ .

## Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = 0$ . Neste caso, a única raiz é 3. Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $-x^2 + 6x - 9 = -(x - 3)^2$ . Assim, podemos fazer a análise do sinal usando as técnicas da seção anterior.

# Preliminares

## Exemplo (Caso 4. $a < 0$ e $\Delta = 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 6x - 9$ .

## Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = 0$ . Neste caso, a única raiz é 3. Pelo que aprendemos de fatorações, concluímos que  $-x^2 + 6x - 9 = -(x - 3)^2$ . Assim, podemos fazer a análise do sinal usando as técnicas da seção anterior. O restante fica de exercício!

# Preliminares

Antes dos casos 5 e 6, precisamos lembrar da técnica do completamento do quadrado.

## Preliminares

Antes dos casos 5 e 6, precisamos lembrar da técnica do completamento do quadrado. Você deve ter feito o exercício 21 da lista 6 complementar e verificado que, quando completamos o quadrado na expressão  $ax^2 + bx + c$ , obtemos

$$ax^2 + bx + c = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right].$$

## Preliminares

Antes dos casos 5 e 6, precisamos lembrar da técnica do completamento do quadrado. Você deve ter feito o exercício 21 da lista 6 complementar e verificado que, quando completamos o quadrado na expressão  $ax^2 + bx + c$ , obtemos

$$ax^2 + bx + c = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right].$$

Observe que no caso em que  $\Delta < 0$ , então  $\left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}$  é sempre um número positivo, independentemente do valor de  $x$ .

## Preliminares

Antes dos casos 5 e 6, precisamos lembrar da técnica do completamento do quadrado. Você deve ter feito o exercício 21 da lista 6 complementar e verificado que, quando completamos o quadrado na expressão  $ax^2 + bx + c$ , obtemos

$$ax^2 + bx + c = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right].$$

Observe que no caso em que  $\Delta < 0$ , então  $\left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}$  é sempre um número positivo, independentemente do valor de  $x$ . Logo, expressão

$$ax^2 + bx + c = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

não tem variação de sinal e que o define é o número  $a$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 5.  $a > 0$  e  $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 2x + 5$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 5.  $a > 0$  e  $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 2x + 5$ .

Solução

Note que  $a = 1 > 0$  e  $\Delta = -16 < 0$ .



# Preliminares

Exemplo (Caso 5.  $a > 0$  e  $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 2x + 5$ .

## Solução

Note que  $a = 1 > 0$  e  $\Delta = -16 < 0$ . Neste caso, não há raízes (reais) e, portanto, esta expressão não se fatora.

# Preliminares

Exemplo (Caso 5.  $a > 0$  e  $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 2x + 5$ .

## Solução

Note que  $a = 1 > 0$  e  $\Delta = -16 < 0$ . Neste caso, não há raízes (reais) e, portanto, esta expressão não se fatora. Dessa forma, as técnicas da seção anterior não se aplicam nesse caso.

# Preliminares

Exemplo (Caso 5.  $a > 0$  e  $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $x^2 - 2x + 5$ .

## Solução

Note que  $a = 1 > 0$  e  $\Delta = -16 < 0$ . Neste caso, não há raízes (reais) e, portanto, esta expressão não se fatora. Dessa forma, as técnicas da seção anterior não se aplicam nesse caso. Mas, usando o que foi visto no slide anterior, concluímos que a análise de sinal é



$x^2 - 2x + 5$

# Preliminares

Exemplo (Caso 6.  $a < 0$  e  $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 4x - 5$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 6.  $a < 0$  e  $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 4x - 5$ .

Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = -4 < 0$ .

# Preliminares

Exemplo (Caso 6.  $a < 0$  e  $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 4x - 5$ .

Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = -4 < 0$ . Neste caso, não há raízes (reais) e, portanto, esta expressão não se fatora.

# Preliminares

## Exemplo (Caso 6. $a < 0$ e $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 4x - 5$ .

## Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = -4 < 0$ . Neste caso, não há raízes (reais) e, portanto, esta expressão não se fatora. Dessa forma, as técnicas da seção anterior não se aplicam nesse caso.

# Preliminares

Exemplo (Caso 6.  $a < 0$  e  $\Delta < 0$ )

Analise o sinal de expressão  $-x^2 + 4x - 5$ .

## Solução

Note que  $a = -1 < 0$  e  $\Delta = -4 < 0$ . Neste caso, não há raízes (reais) e, portanto, esta expressão não se fatora. Dessa forma, as técnicas da seção anterior não se aplicam nesse caso. Mas, a usando ideia anterior, concluímos que a análise de sinal é



$x^2 - 2x + 5$



# Como resolver uma inequação de segundo grau?

# Como resolver uma inequação de segundo grau?

Simple! Basta analisar o sinal e dar a resposta!

# Como resolver uma inequação de segundo grau?

Simple! Basta analisar o sinal e dar a resposta!

## Exemplo

Resolva a inequação  $2x^2 - 12x + 10 \leq 0$ .

# Como resolver uma inequação de segundo grau?

Simple! Basta analisar o sinal e dar a resposta!

## Exemplo

Resolva a inequação  $2x^2 - 12x + 10 \leq 0$ .

## Solução

A análise de sinal de  $2x^2 - 12x + 10$  é



# Como resolver uma inequação de segundo grau?

Simple! Basta analisar o sinal e dar a resposta!

## Exemplo

Resolva a inequação  $2x^2 - 12x + 10 \leq 0$ .

## Solução

A análise de sinal de  $2x^2 - 12x + 10$  é



Com isso, a solução da inequação é  $S = [1, 5]$ .

# Como resolver uma inequação de segundo grau?

## Exemplo

Resolva a inequação  $-x^2 + 6x - 9 > 0$ .

# Como resolver uma inequação de segundo grau?

## Exemplo

Resolva a inequação  $-x^2 + 6x - 9 > 0$ .

## Solução

A análise de sinal de  $-x^2 + 6x - 9$  é



# Como resolver uma inequação de segundo grau?

## Exemplo

Resolva a inequação  $-x^2 + 6x - 9 > 0$ .

## Solução

A análise de sinal de  $-x^2 + 6x - 9$  é



Com isso, a solução da inequação é  $S = \emptyset$ .



# Como resolver uma inequação de segundo grau?

## Exemplo

Resolva a inequação  $-x^2 + x - 1 < 0$ .

# Como resolver uma inequação de segundo grau?

## Exemplo

Resolva a inequação  $-x^2 + x - 1 < 0$ .

## Solução

A análise de sinal de  $-x^2 + x - 1$  é

  $-x^2 + x - 1$

# Como resolver uma inequação de segundo grau?

## Exemplo

Resolva a inequação  $-x^2 + x - 1 < 0$ .

## Solução

A análise de sinal de  $-x^2 + x - 1$  é

  $-x^2 + x - 1$

Com isso, a solução da inequação é  $S = \mathbb{R}$ .

# FIM