

2.9. Análise do sinal de um polinômio de segundo grau

Giuliano Boava

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 5x + 4$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 5x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 5x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a 1 e 4.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 5x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a 1 e 4. Logo,

$$x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4).$$

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 5x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a 1 e 4. Logo,

$$x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4).$$

Agora devemos olhar para cada fator do produto e analisar o sinal de cada um em separado.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 5x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a 1 e 4. Logo,

$$x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4).$$

Agora devemos olhar para cada fator do produto e analisar o sinal de cada um em separado.

Para $x - 1$, já sabemos que a análise do sinal é



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 5x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a 1 e 4. Logo,

$$x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4).$$

Agora devemos olhar para cada fator do produto e analisar o sinal de cada um em separado.

Para $x - 1$, já sabemos que a análise do sinal é

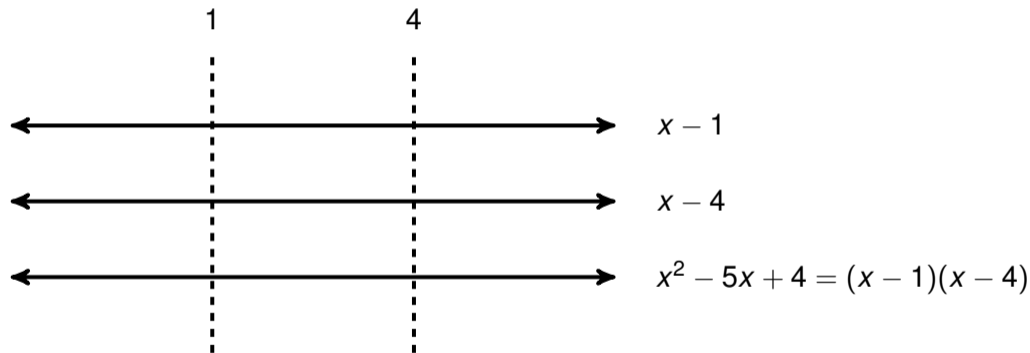


Para $x - 4$ já sabemos que a análise do sinal é



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

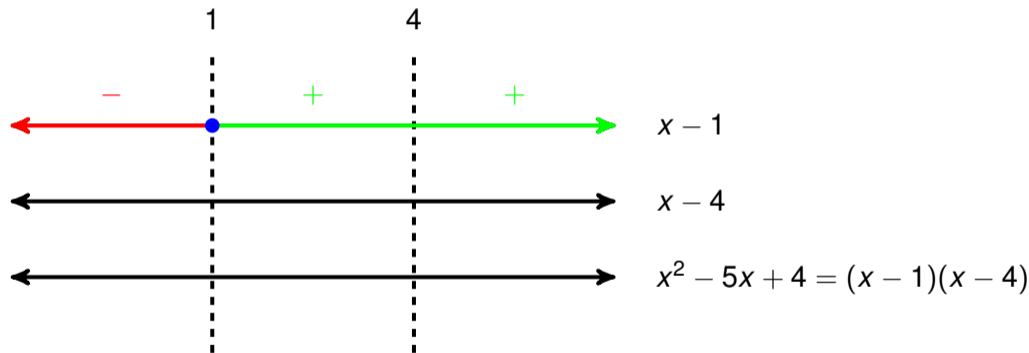
Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $x^2 - 5x + 4$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

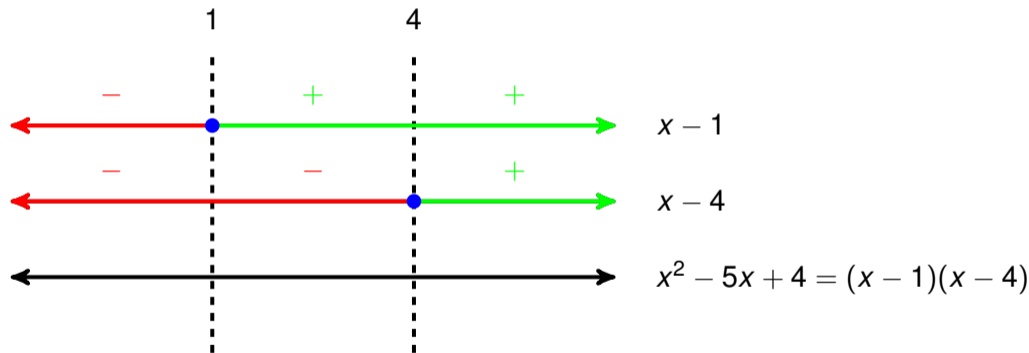
Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $x^2 - 5x + 4$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

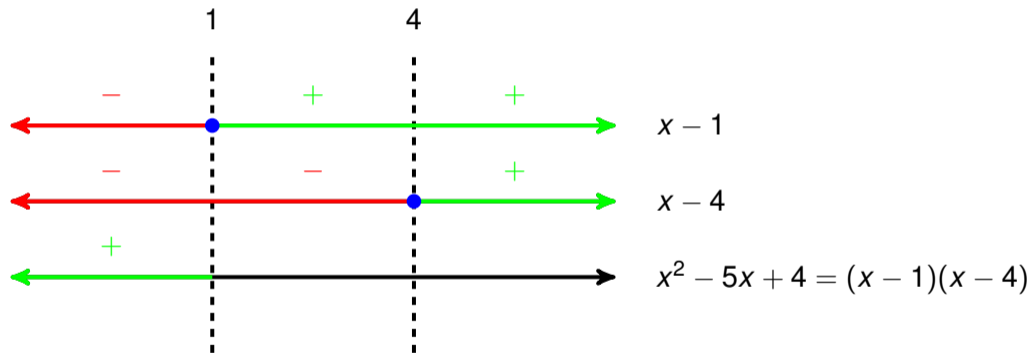
Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $x^2 - 5x + 4$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

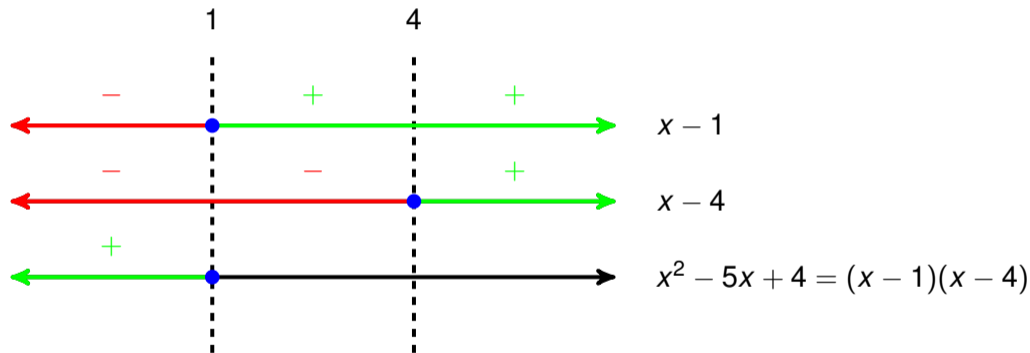
Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $x^2 - 5x + 4$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

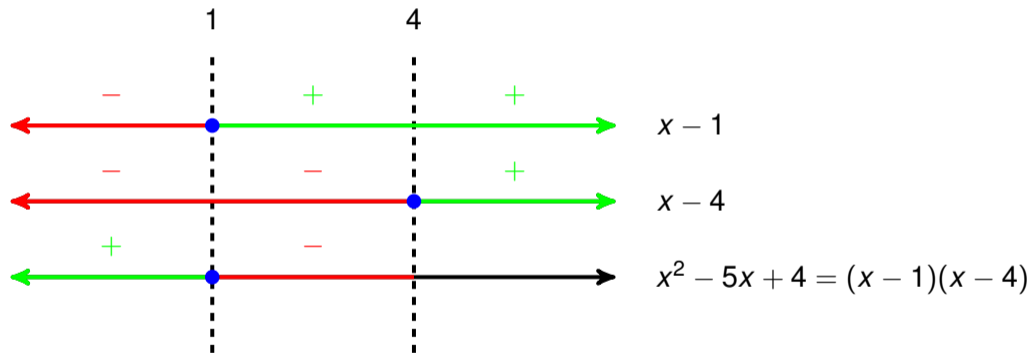
Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $x^2 - 5x + 4$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

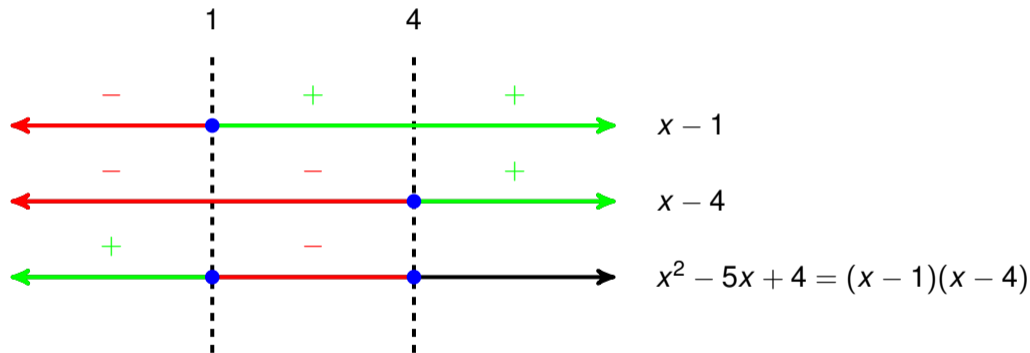
Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $x^2 - 5x + 4$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

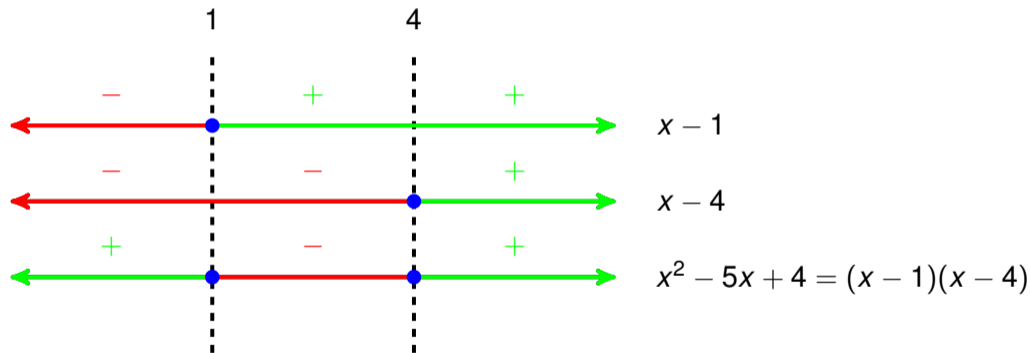
Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $x^2 - 5x + 4$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $x^2 - 5x + 4$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Escrevendo nos outros formatos:

A análise do sinal da expressão $x^2 - 5x + 4$ é:

- ▶ $x^2 - 5x + 4 = 0$ se $x = 1$ ou $x = 4$;
- ▶ $x^2 - 5x + 4 > 0$ se $x < 1$ ou $x > 4$;
- ▶ $x^2 - 5x + 4 < 0$ se $1 < x < 4$.

Na notação de conjunto:

- ▶ $x^2 - 5x + 4 = 0$ se $x \in \{1, 4\}$;
- ▶ $x^2 - 5x + 4 > 0$ se $x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$;
- ▶ $x^2 - 5x + 4 < 0$ se $x \in (1, 4)$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 5x - 3$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 5x - 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 5x - 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\frac{1}{2}$ e 3.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 5x - 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\frac{1}{2}$ e 3. Logo, $2x^2 - 5x - 3 = 2(x + \frac{1}{2})(x - 3)$.

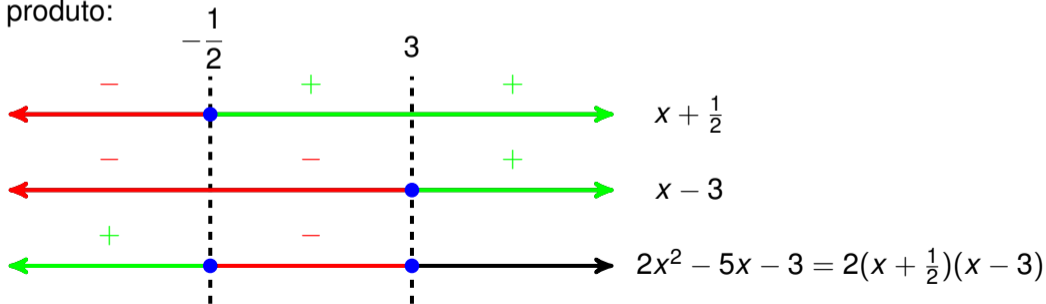
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 5x - 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\frac{1}{2}$ e 3. Logo, $2x^2 - 5x - 3 = 2(x + \frac{1}{2})(x - 3)$. Agora, faz-se a análise do produto:



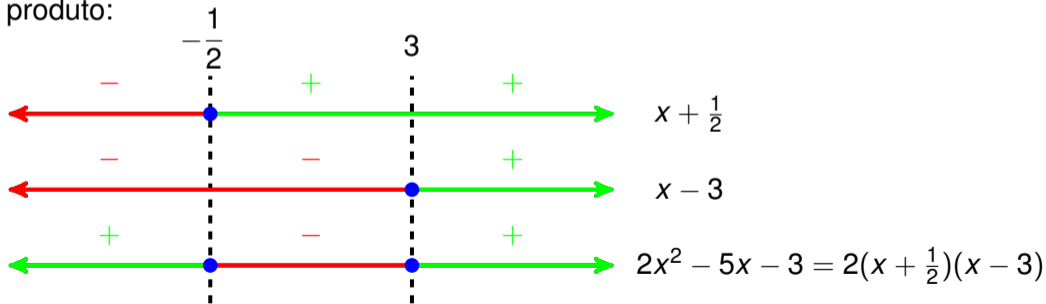
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 5x - 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\frac{1}{2}$ e 3. Logo, $2x^2 - 5x - 3 = 2(x + \frac{1}{2})(x - 3)$. Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $2x^2 - 5x - 3$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Escrevendo nos outros formatos:

A análise do sinal da expressão $2x^2 - 5x - 3$ é:

- ▶ $2x^2 - 5x - 3 = 0$ se $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = 3$;
- ▶ $2x^2 - 5x - 3 > 0$ se $x < -\frac{1}{2}$ ou $x > 3$;
- ▶ $2x^2 - 5x - 3 < 0$ se $-\frac{1}{2} < x < 3$.

Na notação de conjunto:

- ▶ $2x^2 - 5x - 3 = 0$ se $x \in \{-\frac{1}{2}, 3\}$;
- ▶ $2x^2 - 5x - 3 > 0$ se $x \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (3, \infty)$;
- ▶ $2x^2 - 5x - 3 < 0$ se $x \in (-\frac{1}{2}, 3)$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a -1 e $\frac{2}{3}$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a -1 e $\frac{2}{3}$. Logo, $-3x^2 - x + 2 = -3(x + 1)(x - \frac{2}{3})$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

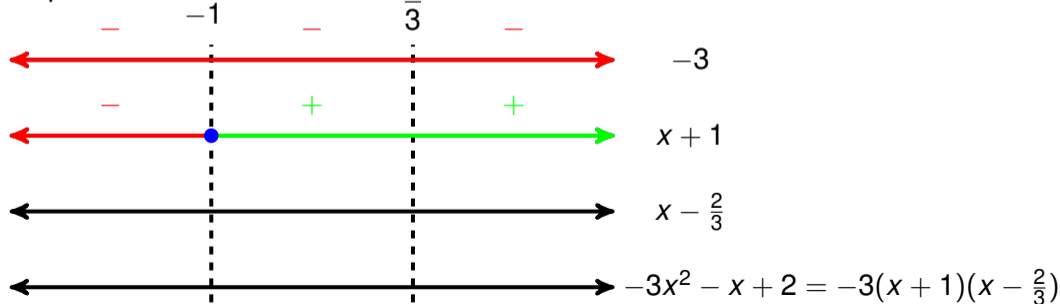
Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a -1 e $\frac{2}{3}$. Logo, $-3x^2 - x + 2 = -3(x + 1)(x - \frac{2}{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

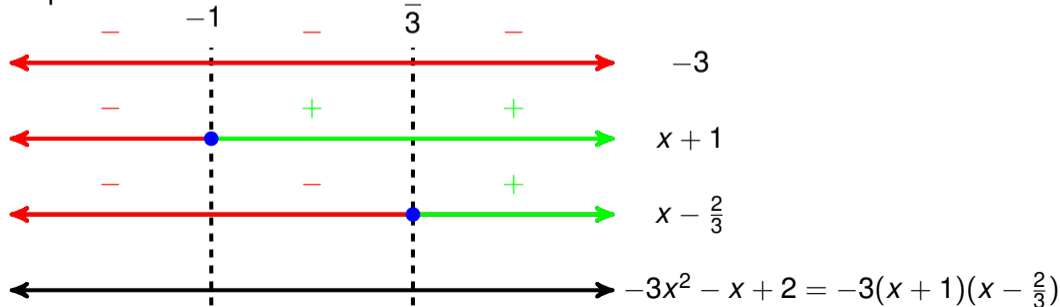
Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a -1 e $\frac{2}{3}$. Logo, $-3x^2 - x + 2 = -3(x + 1)(x - \frac{2}{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

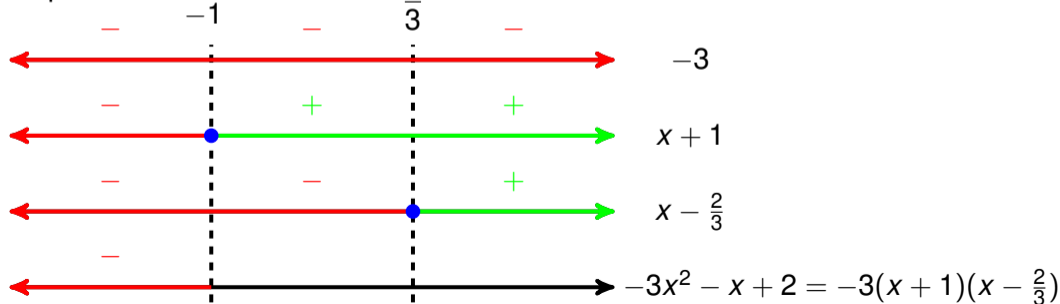
Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a -1 e $\frac{2}{3}$. Logo, $-3x^2 - x + 2 = -3(x + 1)(x - \frac{2}{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

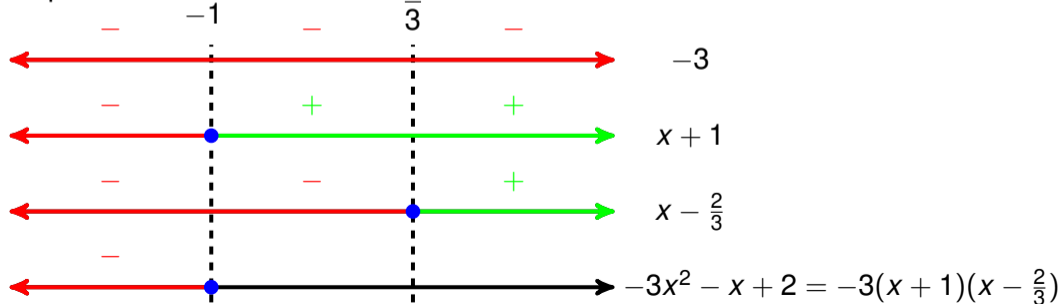
Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a -1 e $\frac{2}{3}$. Logo, $-3x^2 - x + 2 = -3(x + 1)(x - \frac{2}{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

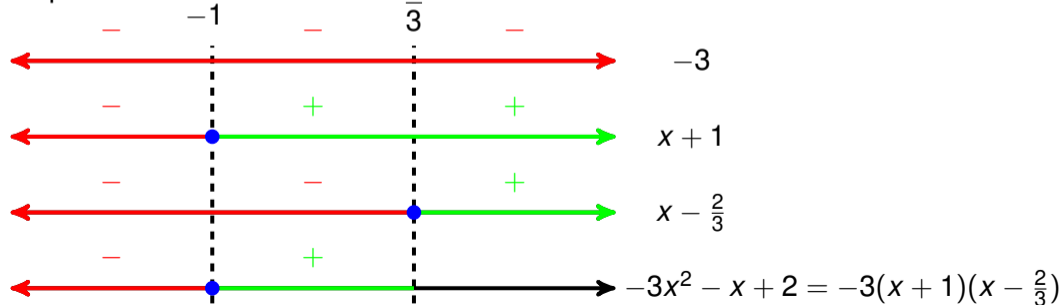
Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a -1 e $\frac{2}{3}$. Logo, $-3x^2 - x + 2 = -3(x + 1)(x - \frac{2}{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

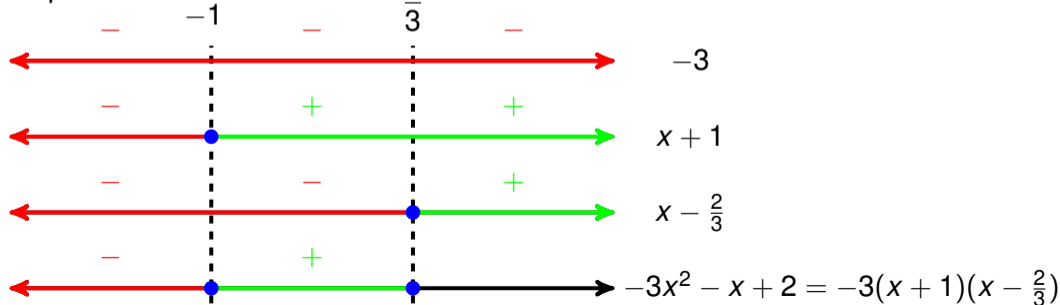
Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a -1 e $\frac{2}{3}$. Logo, $-3x^2 - x + 2 = -3(x + 1)(x - \frac{2}{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

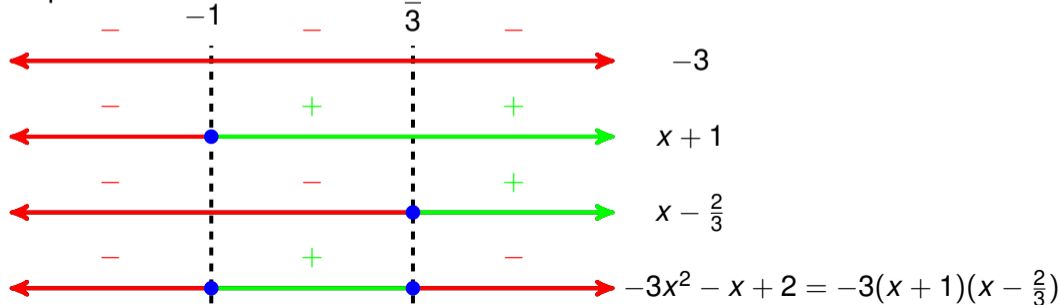
Caso 1. $\Delta > 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a -1 e $\frac{2}{3}$. Logo, $-3x^2 - x + 2 = -3(x + 1)(x - \frac{2}{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Escrevendo nos outros formatos:

A análise do sinal da expressão $-3x^2 - x + 2$ é:

- ▶ $-3x^2 - x + 2 = 0$ se $x = -1$ ou $x = \frac{2}{3}$;
- ▶ $-3x^2 - x + 2 > 0$ se $-1 < x < \frac{2}{3}$;
- ▶ $-3x^2 - x + 2 < 0$ se $x < -1$ ou $x > \frac{2}{3}$.

Na notação de conjunto:

- ▶ $-3x^2 - x + 2 = 0$ se $x \in \{-1, \frac{2}{3}\}$;
- ▶ $-3x^2 - x + 2 > 0$ se $x \in (-1, \frac{2}{3})$;
- ▶ $-3x^2 - x + 2 < 0$ se $x \in (-\infty, -1) \cup (\frac{2}{3}, \infty)$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

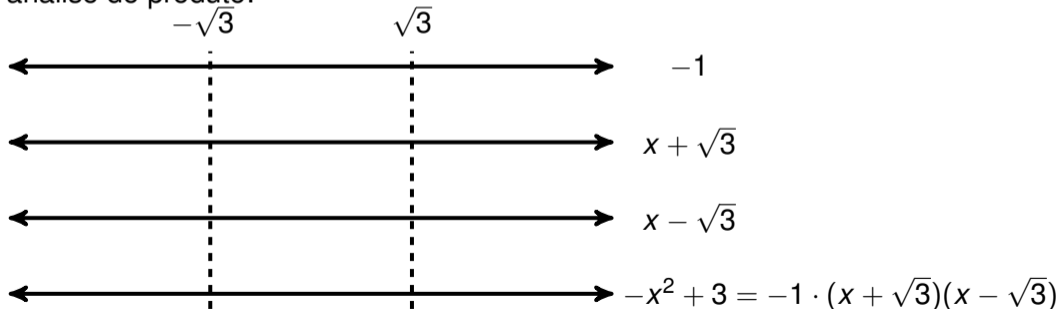
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



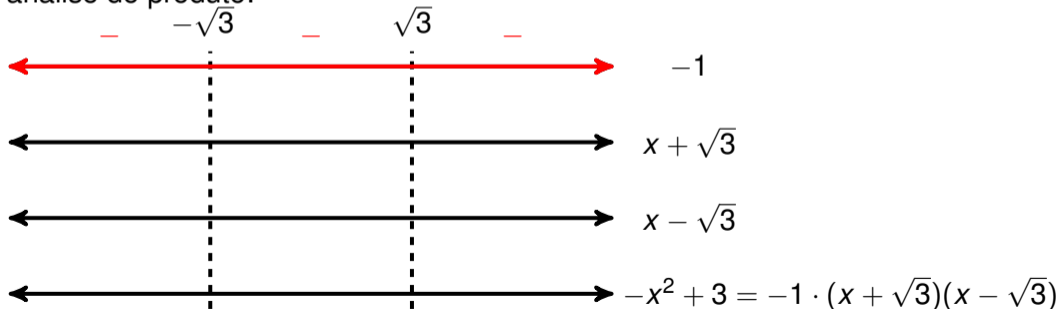
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



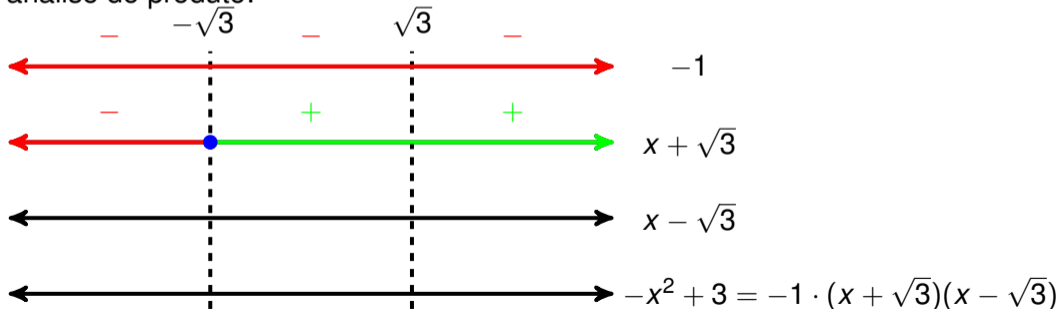
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



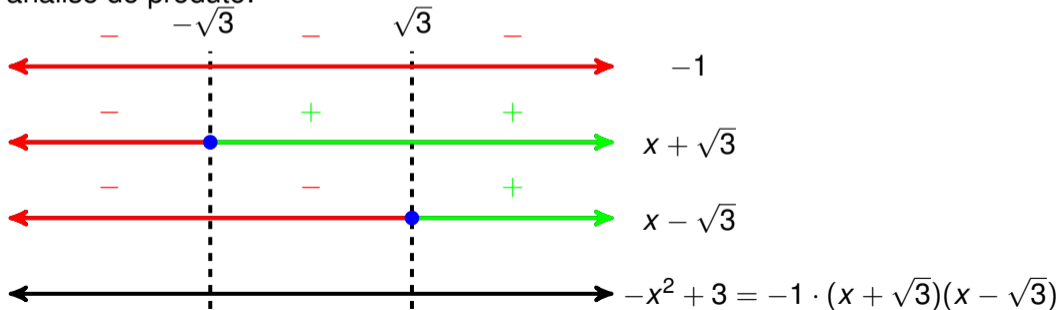
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



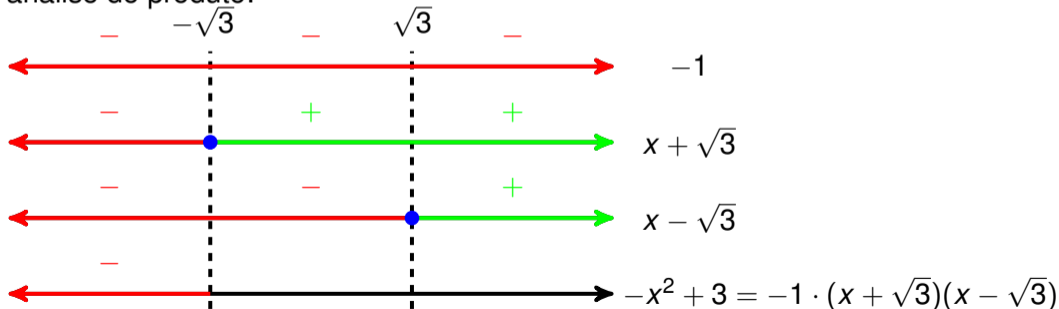
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



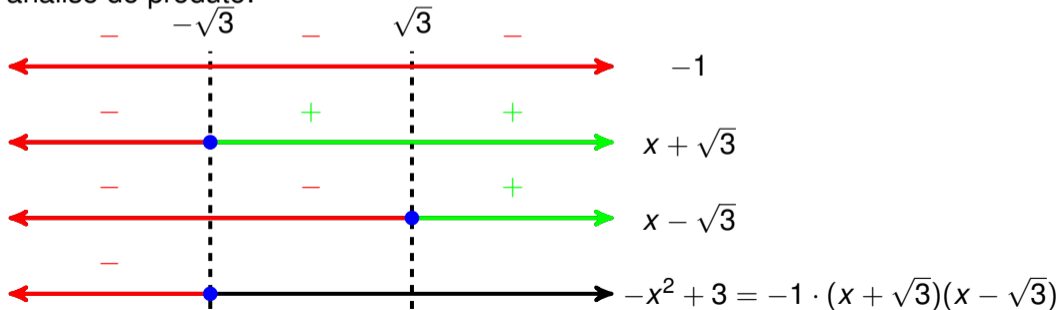
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



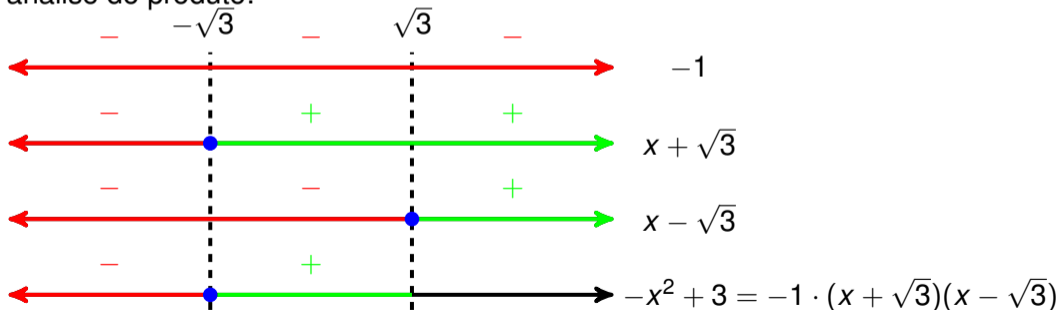
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



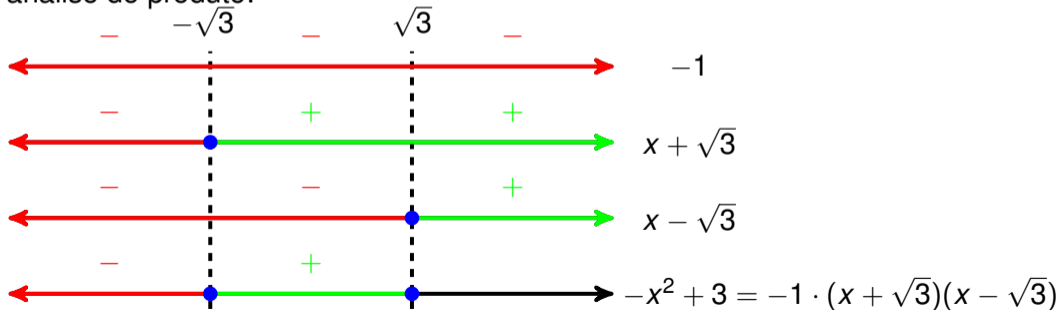
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



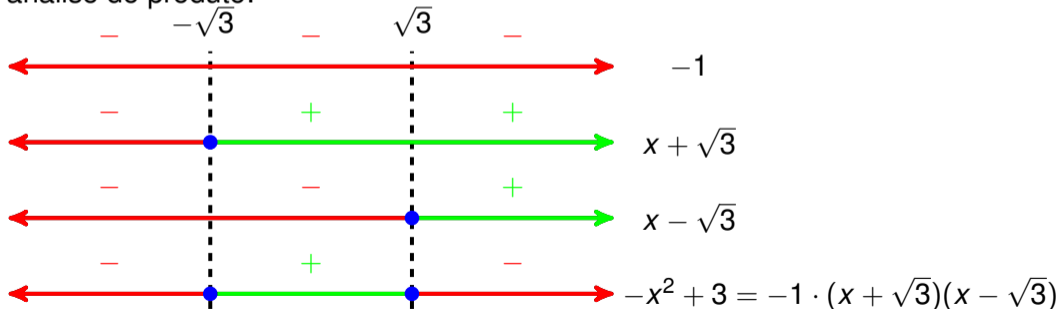
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



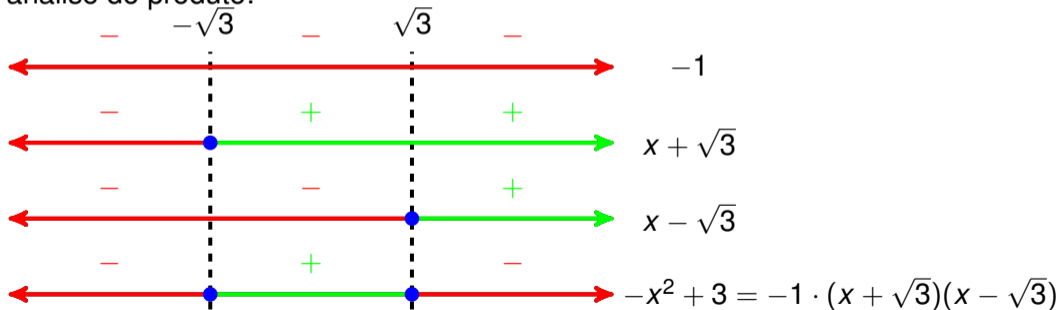
Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-x^2 + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 12$. Portanto, há duas raízes, que são iguais a $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Logo, $-x^2 + 3 = -1 \cdot (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$. Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $-x^2 + 3$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta > 0$

Escrevendo nos outros formatos:

A análise do sinal da expressão $-x^2 + 3$ é:

- ▶ $-x^2 + 3 = 0$ se $x = -\sqrt{3}$ ou $x = \sqrt{3}$;
- ▶ $-x^2 + 3 > 0$ se $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$;
- ▶ $-x^2 + 3 < 0$ se $x < -\sqrt{3}$ ou $x > \sqrt{3}$.

Na notação de conjunto:

- ▶ $-x^2 + 3 = 0$ se $x \in \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$;
- ▶ $-x^2 + 3 > 0$ se $x \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$;
- ▶ $-x^2 + 3 < 0$ se $x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \infty)$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é 2.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é 2. Logo, $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

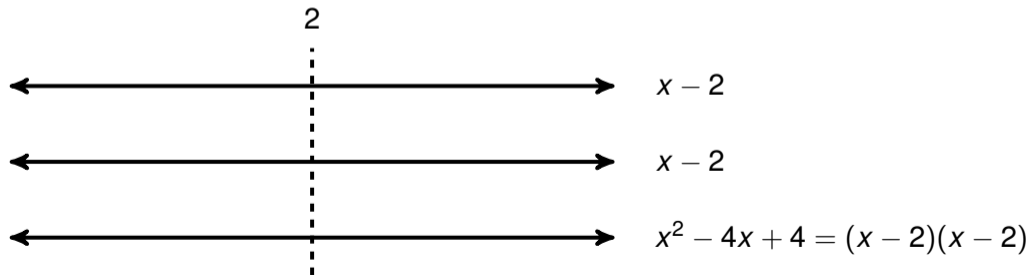
Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é 2. Logo, $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

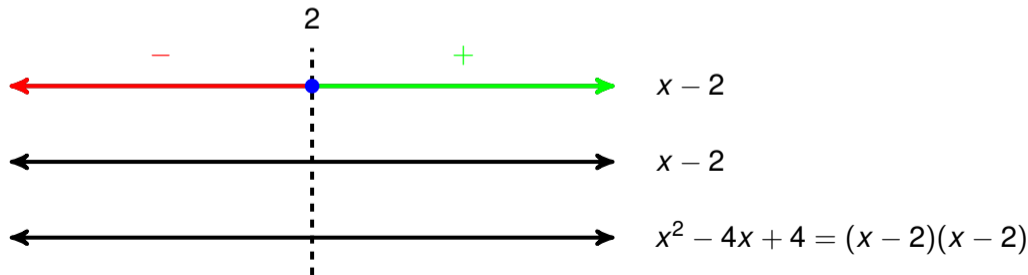
Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é 2. Logo, $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

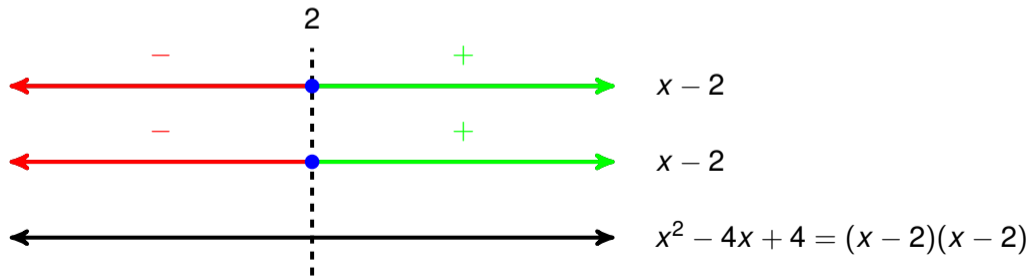
Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é 2. Logo, $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

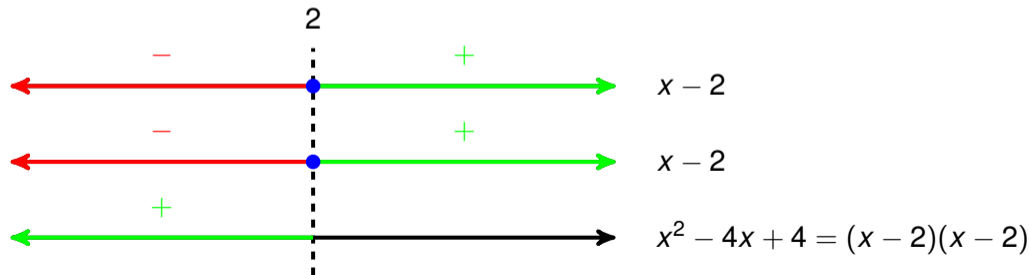
Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é 2. Logo, $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

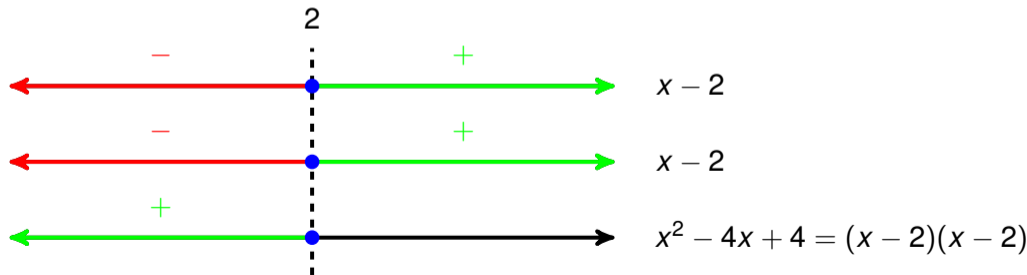
Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é 2. Logo, $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$. Agora, faz-se a análise do produto:



Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

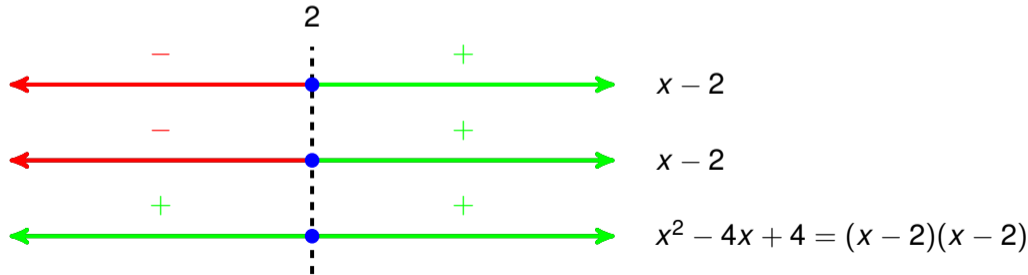
Caso 2. $\Delta = 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é 2. Logo, $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$. Agora, faz-se a análise do produto:



Esta é a análise do sinal de $x^2 - 4x + 4$ no formato visual.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Escrevendo nos outros formatos:

A análise do sinal da expressão $x^2 - 4x + 4$ é:

- ▶ $x^2 - 4x + 4 = 0$ se $x = 2$;
- ▶ $x^2 - 4x + 4 > 0$ se $x \neq 2$;
- ▶ $x^2 - 4x + 4 < 0$ nunca ocorre.

Na notação de conjunto:

- ▶ $x^2 - 4x + 4 = 0$ se $x \in \{2\}$;
- ▶ $x^2 - 4x + 4 > 0$ se $x \in \mathbb{R} - \{2\} = (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$;
- ▶ $x^2 - 4x + 4 < 0$ nunca ocorre (ou se $x \in \emptyset$).

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Outra forma de resolver:

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Outra forma de resolver:

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Outra forma de resolver:

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0.$$

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Outra forma de resolver:

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0.$$

Portanto, $x^2 - 4x + 4 = 0$ se $x = 2$ e $x^2 - 4x + 4 > 0$ se $x \neq 2$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é $\sqrt{2}$. Logo, $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 2(x - \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 2(x - \sqrt{2})^2$

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é $\sqrt{2}$. Logo, $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 2(x - \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 2(x - \sqrt{2})^2 \geq 0$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 0$. Portanto, há uma única raiz que é $\sqrt{2}$. Logo, $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 2(x - \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 2(x - \sqrt{2})^2 \geq 0$. Logo,

A análise do sinal da expressão $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4$ é:

- ▶ $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 0$ se $x = \sqrt{2}$;
- ▶ $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 > 0$ se $x \neq \sqrt{2}$;
- ▶ $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 < 0$ nunca ocorre.

Na notação de conjunto:

- ▶ $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 0$ se $x \in \{\sqrt{2}\}$;
- ▶ $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 > 0$ se $x \in \mathbb{R} - \{\sqrt{2}\} = (-\infty, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$;
- ▶ $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 < 0$ nunca ocorre.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-2x^2 - 4x - 2$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-2x^2 - 4x - 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 0$. Portanto, há uma única raiz que é -1 . Logo, $-2x^2 - 4x - 2 = -2(x + 1)(x + 1) = -2(x + 1)^2$

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-2x^2 - 4x - 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 0$. Portanto, há uma única raiz que é -1 . Logo, $-2x^2 - 4x - 2 = -2(x + 1)(x + 1) = -2(x + 1)^2 \leq 0$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta = 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-2x^2 - 4x - 2$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 0$. Portanto, há uma única raiz que é -1 . Logo, $-2x^2 - 4x - 2 = -2(x + 1)(x + 1) = -2(x + 1)^2 \leq 0$. Logo,

A análise do sinal da expressão $-2x^2 - 4x - 2$ é:

- ▶ $-2x^2 - 4x - 2 = 0$ se $x = -1$;
- ▶ $-2x^2 - 4x - 2 > 0$ nunca ocorre;
- ▶ $-2x^2 - 4x - 2 < 0$ se $x \neq -1$.

Na notação de conjunto:

- ▶ $-2x^2 - 4x - 2 = 0$ se $x \in \{-1\}$;
- ▶ $-2x^2 - 4x - 2 > 0$ nunca ocorre;
- ▶ $-2x^2 - 4x - 2 < 0$ se $x \in \mathbb{R} - \{-1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 + 2x + 3$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 + 2x + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8$. Portanto, não há raiz real.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 + 2x + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8$. Portanto, não há raiz real. Observe que

$$x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$$

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Exemplo

Analise o sinal da expressão $x^2 + 2x + 3$.

Solução

Observemos que $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8$. Portanto, não há raiz real. Observe que $x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 > 0$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Logo,

A análise do sinal da expressão $x^2 + 2x + 3$ é:

- ▶ $x^2 + 2x + 3 = 0$ nunca ocorre;
- ▶ $x^2 + 2x + 3 > 0$ para qualquer $x \in \mathbb{R}$;
- ▶ $x^2 + 2x + 3 < 0$ nunca ocorre.

Na notação de conjunto:

- ▶ $x^2 + 2x + 3 = 0$ nunca ocorre;
- ▶ $x^2 + 2x + 3 > 0$ se $x \in \mathbb{R}$;
- ▶ $x^2 + 2x + 3 < 0$ nunca ocorre.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Pergunta

É necessário completar o quadrado sempre que $\Delta < 0$ para fazer a análise do sinal?

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Pergunta

É necessário completar o quadrado sempre que $\Delta < 0$ para fazer a análise do sinal?

Resposta

Não!

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Pergunta

É necessário completar o quadrado sempre que $\Delta < 0$ para fazer a análise do sinal?

Resposta

Não! Lembremos da videoaula sobre completamento de quadrado que

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Pergunta

É necessário completar o quadrado sempre que $\Delta < 0$ para fazer a análise do sinal?

Resposta

Não! Lembremos da videoaula sobre completamento de quadrado que

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Pergunta

É necessário completar o quadrado sempre que $\Delta < 0$ para fazer a análise do sinal?

Resposta

Não! Lembremos da videoaula sobre completamento de quadrado que

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = a \cdot \text{positivo.}$$

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Caso 3. $\Delta < 0$.

Pergunta

É necessário completar o quadrado sempre que $\Delta < 0$ para fazer a análise do sinal?

Resposta

Não! Lembremos da videoaula sobre completamento de quadrado que

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = a \cdot \text{positivo.}$$

Portanto, se $\Delta < 0$, então $ax^2 + bx + c$ é sempre positivo se $a > 0$ e sempre negativo se $a < 0$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $3x^2 - 7x + 10$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $3x^2 - 7x + 10$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 10 = -71$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $3x^2 - 7x + 10$.

Solução

Observemos que $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 10 = -71$. Como $a = 3 > 0$, então

A análise do sinal da expressão $3x^2 - 7x + 10$ é:

- ▶ $3x^2 - 7x + 10 = 0$ nunca ocorre;
- ▶ $3x^2 - 7x + 10 > 0$ para qualquer $x \in \mathbb{R}$;
- ▶ $3x^2 - 7x + 10 < 0$ nunca ocorre.

Na notação de conjunto:

- ▶ $3x^2 - 7x + 10 = 0$ nunca ocorre;
- ▶ $3x^2 - 7x + 10 > 0$ se $x \in \mathbb{R}$;
- ▶ $3x^2 - 7x + 10 < 0$ nunca ocorre.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-2x^2 + 2x - 5$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-2x^2 + 2x - 5$.

Solução

Observemos que $\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-5) = -36$.

Análise do sinal de um polinômio de segundo grau: caso $\Delta < 0$

Exercício

Analise o sinal da expressão $-2x^2 + 2x - 5$.

Solução

Observemos que $\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-5) = -36$. Como $a = -2 < 0$, então

A análise do sinal da expressão $-2x^2 + 2x - 5$ é:

- ▶ $-2x^2 + 2x - 5 = 0$ nunca ocorre;
- ▶ $-2x^2 + 2x - 5 > 0$ nunca ocorre;
- ▶ $-2x^2 + 2x - 5 < 0$ para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

Na notação de conjunto:

- ▶ $-2x^2 + 2x - 5 = 0$ nunca ocorre;
- ▶ $-2x^2 + 2x - 5 > 0$ nunca ocorre;
- ▶ $-2x^2 + 2x - 5 < 0$ se $x \in \mathbb{R}$.

FIM