

UFSC - DEPTO DE FÍSICA
 FSC 5151: LABORATÓRIO DE FÍSICA MODERNA
MEDIDA DA CARGA ESPECÍFICA (BUSCH)

OBJETIVO

Medir a carga específica do elétron (e / m).

FUNDAMENTOS DA TEORIA

De longa data, a Mecânica Clássica estabeleceu, solidamente, ser possível determinar por processos indiretos, a massa de um corpo cuja trajetória houvesse sido perturbada, desde que fosse possível medir a magnitude da perturbação na trajetória e a magnitude do elemento perturbador.

Em meados do século passado se havia estabelecido, experimentalmente, que campos elétricos e/ou magnéticos exercem perturbações sobre a trajetória de cargas elétricas. Aliás, este efeito permite determinar o sinal da carga elétrica da partícula em estudo. Todavia, no presente caso não é possível dissociar a massa da carga, já que se tratam de partículas elementares. Diante desta dificuldade, optou-se pela determinação da razão entre a carga e a massa de tais partículas (e / m), denominada *carga específica*.

Em 1897, J. J. Thomson mediu a carga específica do elétron, $e/m = 1,758 \times 10^{11} \text{ C/Kg}$, com um arranjo experimental que permite medir com boa precisão a perturbação causada na trajetória de elétrons por campos elétricos e magnéticos simultâneos.

O trabalho pioneiro de Thomson sofreu continuidade com o entusiasmo de outros pesquisadores. Em fins de 1920 existia disponível um bom número de outros meios e técnicas que permitiam a determinação de cargas específicas de partículas elementares. Temos interesse particular no método da hélice, desenvolvido em 1922 por Busch. No método de Busch, a peça de maior relevo experimental é um tubo de raios catódicos que possui uma tela fluorescente numa extremidade. O tubo é mergulhado num campo magnético no interior de um solenóide. O campo elétrico não é utilizado para perturbar a trajetória dos elétrons, mas apenas para acelerá-los.

A importância fundamental intrínseca ao método de Busch é a idéia de focalizar um feixe de elétrons, isto é, utilizar um solenóide como lente magnética. Essa idéia conduziu posteriormente ao microscópio eletrônico.

Passa-se agora à discussão sucinta das leis e equações que regem os fenômenos no método de Busch.

Quando um elétron se move num campo elétrico de intensidade E , a força que atua sobre ele vale $\mathbf{F} = - e \mathbf{E}$.

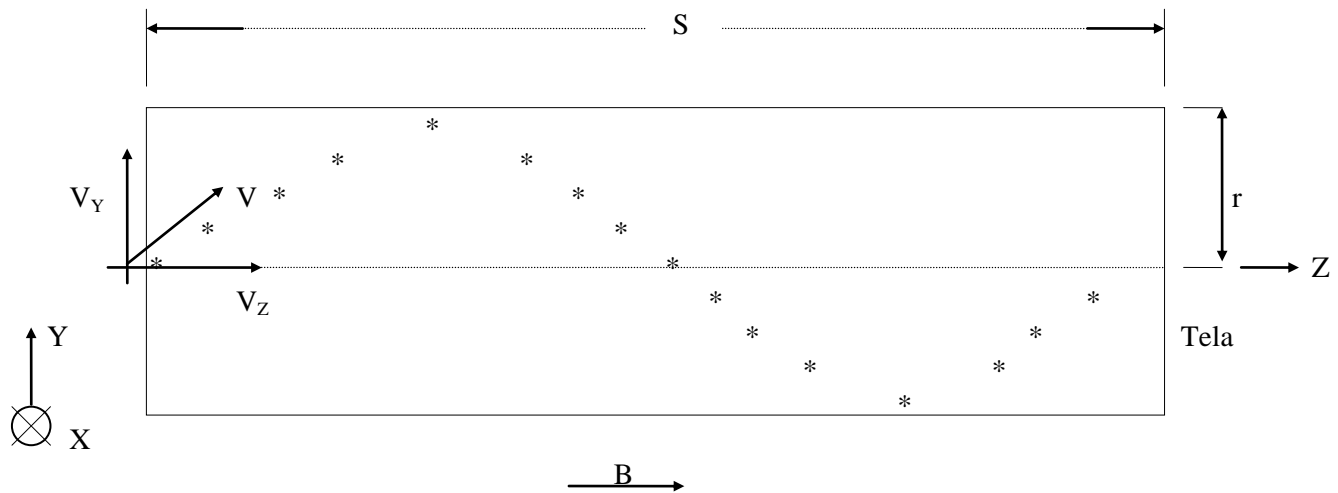
Um tubo de raios catódicos é alinhado com seu eixo longitudinal (que chamaremos de eixo Z) coincidente com o eixo de um solenóide longo. As direções X e Y farão referência às deflexões horizontal e vertical, como é usual.

No interior do tubo de raios catódicos, os elétrons são gerados por um filamento aquecido e acelerados ao longo do eixo Z devido a uma diferença de potencial V. Neste caso os elétrons adquirem uma energia cinética dada por:

$$\frac{1}{2} (m v_z^2) = e V \quad (1)$$

onde v_z é a velocidade do elétron ao longo do eixo Z dada por:

$$v_z = [2 V (e / m)]^{1/2} \quad (2)$$



Caso o solenóide seja submetido a uma corrente i , uma indução B estará presente e será paralela à velocidade v_z .

Tendo em conta que:

$$\mathbf{F} = e \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

e que neste caso \mathbf{v} é paralelo a \mathbf{B} (componente de $\mathbf{v} = v_z$), nenhuma força atuará sobre o elétron e sua trajetória será ao longo de uma linha reta entre o ânodo e a tela fluorescente do tubo de raios catódicos.

Agora, usando uma das placas defletoras pode-se provocar o aparecimento de uma componente de velocidade fora do eixo Z, por exemplo v_y . Esta componente de \mathbf{v} provocará o aparecimento de uma força magnética cuja direção coincide com o eixo X

$$\mathbf{F} = e \mathbf{v}_y \times \mathbf{B} \quad (3)$$

e que tenderá fazer o elétron espiralar ao redor do eixo Z. Como a componente da velocidade v_z não foi alterada, o resultado final é que a trajetória resultante do elétron até o anteparo será helicoidal. O raio da hélice (r) poderá ser obtido igualando a força centrípeta e a força magnética

$$\underline{m} v_y^2 = e v_y B$$

r
e será calculado por:

$$r = \frac{m v_Y}{e B} \quad (4)$$

O período do elétron ao longo do eixo Z, adquirido pela componente da velocidade v_Y é

$$T = \frac{2 \pi r}{v_Y} = \frac{2 \pi}{B} \frac{m}{e} \quad (5)$$

Vê-se assim que o período é independente da velocidade e do raio do cilindro descrito, mas que é dependente da razão (e/m) .

Chamando de S a distância percorrida pelo elétron desde o ânodo até o anteparo fluorescente, o tempo (t) necessário para o elétron percorrer esta distância é dado por:

$$t = \frac{S}{v_Z} = \frac{S}{(2V e/m)^{1/2}} \quad (6)$$

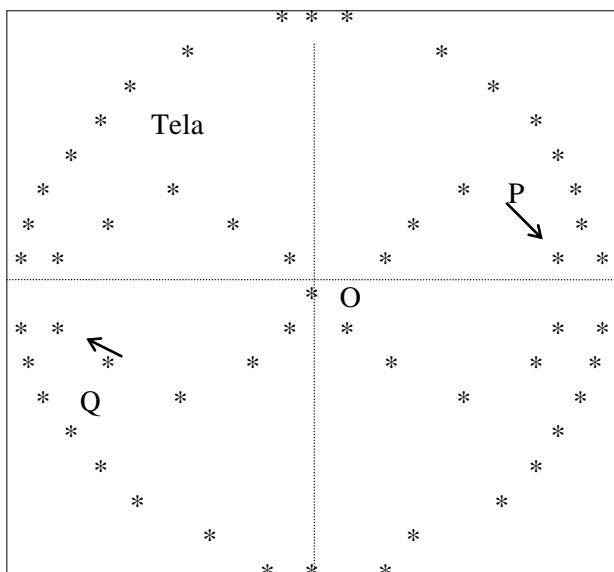
O número de voltas (n) que o elétron dá sobre a hélice cilíndrica, até alcançar a tela fluorescente, será:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{S / (2V e/m)^{1/2}}{2 \pi m / B e} \quad (7)$$

ou rearranjando os termos para isolar a razão (e/m) resulta:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \pi^2 V n^2}{B^2 S^2} \quad (8)$$

Um ponto importante é que o número de voltas (n) é independente da velocidade transversa v_Y . Assim, se uma tensão alternada for aplicada entre as placas de deflexão, os elétrons assumirão um conjunto de velocidades transversas entre $+v_Y$ e $-v_Y$. Isso implica que eles descreverão, ao longo de suas trajetórias, um conjunto de diferentes cilindros, todos percorridos com a mesma velocidade v_Z . Os pontos onde os elétrons alcançarão a tela fluorescente estarão ao longo da linha reta POQ, como mostrado na figura a seguir:



Na interpretação desta figura a seguinte argumentação é seguida: Com o aumento da corrente i no solenóide, B cresce e a linha PQ , na figura, gira ao redor do ponto central O . Para um valor conveniente B_1 , n assumirá o valor unitário, isto é, $n = 1$. Neste caso, o comprimento da linha PQ se reduz a zero. Isso significa que todos os elétrons farão uma revolução completa e alcançarão a tela no ponto O . Assim, ajustes convenientes da tensão V e da corrente i permitem sucessivas focalizações do feixe sobre o ponto O . Quando o equipamento permite, para um valor fixo de tensão, diversas focalizações são alcançadas com diferentes valores de B (B_2, B_3, B_4, \dots) correspondendo a diferentes valores de n ($n = 2, 3, 4, \dots$) e implicando que os elétrons completam 2, 3, 4, ... revoluções completas antes de alcançar a tela.

Como experimentalmente tem-se acesso ao valor de i e não de B , é preciso determinar uma equação que permita explicitar B como função de i . Para isso faz-se uma aplicação da lei de Ampère. A indução magnética B , produzida por uma corrente i numa espira circular de raio R , ao longo do eixo central, a uma distância x , é dada por:

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2 (R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i R^2}{2 r^3} \quad (9)$$

onde $r = (R^2 + x^2)^{1/2}$ (Veja Halliday - Resnick, cap. 34, exemplo 8).

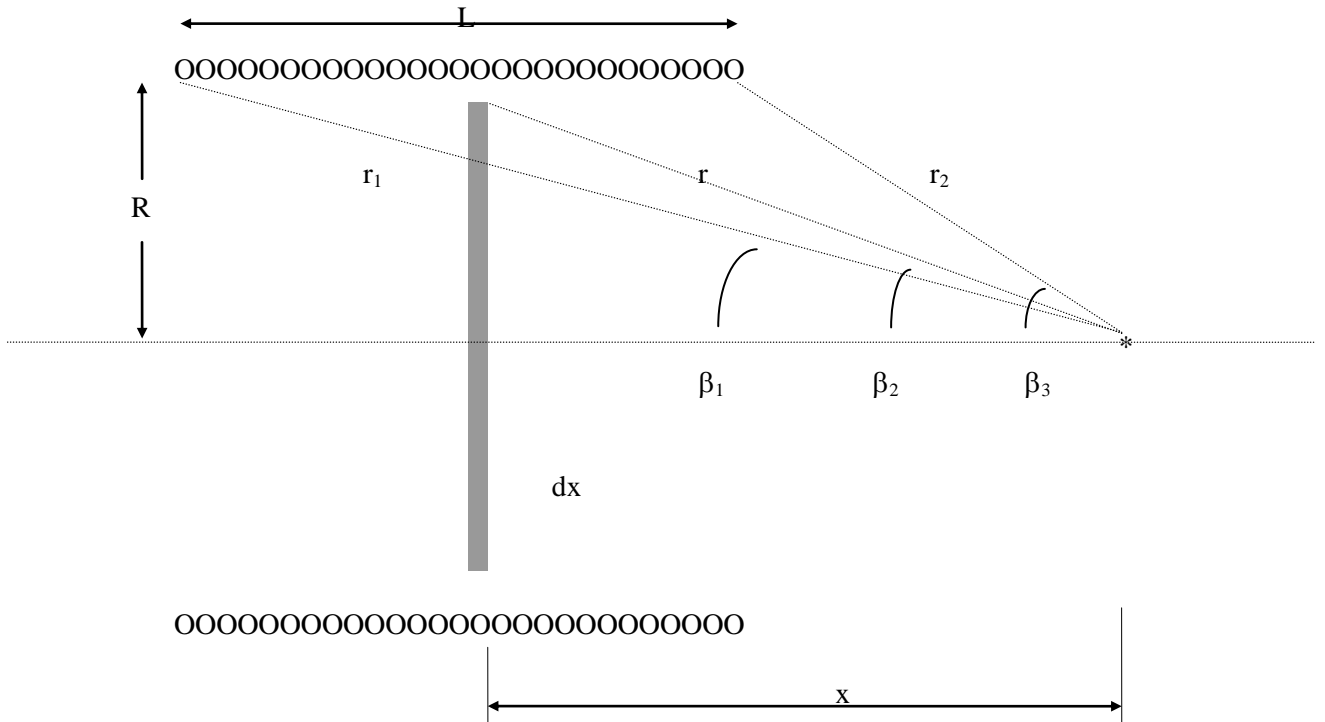
Se a corrente flui através de N voltas de um solenóide, a indução magnética dB resultante de um número de voltas $(N/L) dx$ que cobre a distância dx é dada por:

$$dB = B \frac{N}{L} dx = \frac{\mu_0 N i R^2}{L} dx \quad (10)$$

L $2 L r^3$

No centro do solenóide a indução magnética é dada por:

$$B = \frac{\mu_0 N i}{(4R^2 + L^2)^{1/2}} \quad (11)$$



Substituindo a eq. (11) na eq. (8) e introduzindo os seguintes valores,

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ H / m} \\ R &= 4,4 \text{ cm} = 0,044 \text{ m} \\ N &= 20\,000 \\ L &= 16 \text{ cm} = 0,16 \text{ m} \\ S &= 9,0 \text{ cm} = 0,090 \text{ m} \\ n &= 1 \end{aligned}$$

resulta:

$$\frac{e}{m} = 5,142 \times 10^5 \frac{V}{i^2} \quad (12)$$

sendo V em Volts e i em Ampères.

A equação (12) pode ser re-escrita:

$$V = \frac{e/m}{5,142 \times 10^5} i^2 \quad (13)$$

Um gráfico $V = f(i^2)$ permitirá obter experimentalmente o valor da carga específica e/m .

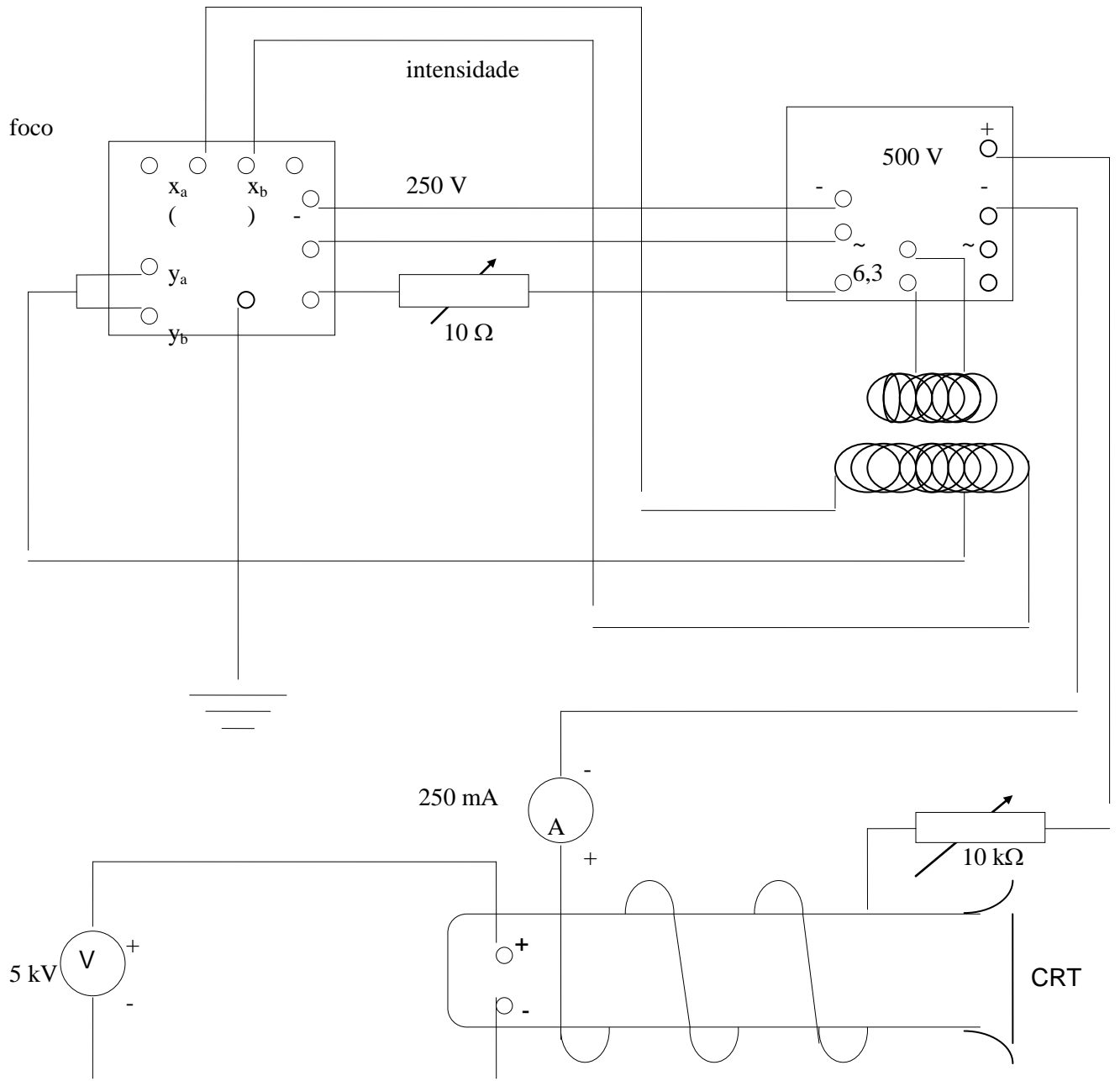
PRÉ – RELATÓRIO:

1. Partindo da eq. (10), demonstre a eq. (11).
2. O que é uma lente magnética?
3. Calcule os λ de De Broglie para elétrons acelerados por tensões de 0,5 kV e 2,0 kV.
4. Num microscópio ótico, o fator que limita a resolução (e portanto o aumento) é a difração. Num microscópio eletrônico os λ do feixe eletrônico estão sempre abaixo de 1 \AA , e podem ser ainda diminuídos pelo aumento da tensão de aceleração; agora quais serão os fatores limitantes da resolução? (b) Procure se informar qual é a resolução usual de um microscópio eletrônico de varredura? E para o de transmissão?
6. Qual é o critério de resolução de Rayleigh? (ver Halliday, cap. 46). Ele pode ser aplicado diretamente ao microscópio eletrônico?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. WHITTLE, R. M. & YARWOOD, J. - Experimental Physics for students. Chapman and Hall. London - 1973.
2. OLDENBERG, O. & HOLLADAY, W. - Introdução à Física Atômica e Nuclear. Blücher, São Paulo - 1971.
3. HALLIDAY, D. & RESNICK, R. - Física - Vol. 3. Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro - 1984.
4. MEINERS et al. - Laboratory Physics. New York, John Wiley - 1969.
5. BEVINGTON, P. R. - Data Reduction and Error Analysis for the Physical Science - McGraw-Hill - 1.974.
6. RABINOWICZ E. - An Introduction to Experimentation - Addison Wesley - 1.970.

ESQUEMA



PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Confira as conexões elétricas de acordo com o esquema.
2. Ligue a fonte de tensão e aguarde alguns minutos até aparecer uma imagem na tela do osciloscópio. Se for muito intensa esta imagem, reduza sua intensidade.
3. Com o auxílio do potenciômetro divisor de tensões, aplique uma tensão inicial V , na ordem de 1,80 kV. Mantenha-a fixa.
4. Varie a resistência de controle da corrente do campo magnético até focalizar o feixe sobre a tela fluorescente do osciloscópio. Considere o feixe focalizado quando a imagem sobre a tela assumir a forma mais arredondada possível. Anote no relatório os valores de V e de I .

ATENÇÃO: *Uma intensidade alta de elétrons sobre a tela fluorescente pode danificá-la de maneira irreparável. Após cada focalização, verifique se o ponto está muito intenso. se estiver, reduza a sua intensidade com o botão conveniente.*

5. Aplique agora uma tensão V na ordem de 0,60 kV. Mantenha-a fixa.
6. Varie a resistência de controle iniciando onde a corrente é mínima. Quando o feixe estiver focalizado, anote a corrente I e a tensão V no relatório.
7. Continue deslocando o cursor do reostato de controle do campo magnético até obter uma segunda focalização. Anote o novo par V e I na parte inferior da tabela do relatório.
8. Escolha cinco valores de tensão compreendidos entre os valores extremos das duas leituras anteriores. Para cada uma das tensões procure obter a corrente correspondente à primeira focalização; para apenas duas tensões procure as correntes correspondente à segunda focalização.

RELATÓRIO:

1. a) Faça o gráfico $V = f(I^2)$ com os dados da tabela um, referentes à primeira focalização.
b) Obtenha o coeficiente angular deste gráfico.
c) Calcule a carga específica do elétron e expresse o erro percentual em relação ao valor tabelado
2. a) A partir dos dados da tabela II calcule os coeficientes angular e linear pelo método dos mínimos quadrados.
b) Calcule novamente a carga específica do elétron e compare com o valor obtido do gráfico.
c) Por que os valores são diferentes? Qual o mais confiável?
3. Calcule a velocidade dos elétrons para a maior e a menor tensão utilizada na experiência. Compare estas velocidades com a da luz.
4. Calcule o valor de \mathbf{B} no solenóide para os valores de i extremos de suas medidas. Considere \mathbf{B} da Terra em Florianópolis aproximadamente $3,0 \times 10^{-5} \text{ T} \cong 0,3 \text{ Gauss}$, lembrando que \mathbf{B} é grandeza vetorial. Comente a influência deste \mathbf{B} sobre suas medidas.
5. Se fosse possível variar a corrente na bobina sem danificá-la, qual seria o valor da corrente que permite uma segunda focalização do feixe de elétrons caso a tensão se mantenha em 2,0 kV?
6. Que modificações deveriam ser introduzidas nas conexões elétricas de modo a permitir a determinação da carga específica do pósitron?

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Física
Laboratório de Física Atômica

GRUPO: _____

ALUNOS: _____

MEDIDA DA CARGA ESPECÍFICA (BUSCH)

Tabela I - Medidas

| | V (kV) | I (mA) | $I^2 (mA)^2$ |
|----|----------|----------|----------------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |